



ALFRED KRUPP SCHULE

Curriculum

des Faches

MATHEMATIK

für die Sekundarstufen I & II

Stand August 2025

Alfred Krupp Schule

Margaretenstraße 40

45144 Essen

Tel.: (0201) 85 69 230

Fax: (0201) 85 69 231

E-Mail: info@daks-essen.de

Inhaltsverzeichnis

1.	Konkretisierte Unterrichtsvorhaben Sekundarstufe I	2
1.1	Jahrgangstufe 5	2
1.2	Jahrgangstufe 6	4
1.3	Jahrgangstufe 7	6
1.4	Jahrgangstufe 8	9
1.5	Jahrgangstufe 9	12
1.6	Jahrgangstufe 10	14
2.	Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit	16
3.	Kompetenzerwartungen der Verbraucherbildung (Sek I)	17
4.	Grundsätze der Leistungsbewertung und -rückmeldung	18
4.1	Allgemeine Kriterien	18
4.2	Schriftliche Leistungen	18
4.2.1	Aufgabenstellung	18
4.2.2	Kriterien zur Korrektur	19
4.2.2.1	Klasse 5 bis 10	19
4.2.2.2	Jahrgang 11 (Einführungsphase EF)	19
4.2.2.3	Jahrgang 12 und 13 (Qualifikationsphase Q1 und Q2)	19
4.2.3	Anzahl und Länge der Klassenarbeiten	20
4.3	Sonstige Mitarbeit	21
4.4	Ergebnisse der Lernstandserhebung	22
4.5	Wertungsverhältnis schriftl. Leistungen/Sonstige Mitarbeit	22
5.	Die Fachgruppe Mathematik an der Alfred Krupp Schule	23
6.	Entscheidungen zum Unterricht	24
7.	Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben Sekundarstufe II	25
7.1	Einführungsphase	25
7.2	Qualifikationsphase 1	28
7.3	Qualifikationsphase 2	30
7.4	Qualifikationsphase 1 (Leistungskurs)	32
7.5	Qualifikationsphase 2 (Leistungskurs)	34
7.6	Übersicht über die Unterrichtsvorhaben	36
8.	Konkretisierende Unterrichtsvorhaben Sekundarstufe II	38
8.1	Einführungsphase (Analysis (A))	38
8.2	Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)	43
8.3	Qualifikationsphase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)	48
8.4	Qualifikationsphase Grundkurs Analysis (A)	51
8.6.	Qualifikationsphase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)	68
8.7	Qualifikationsphase Leistungskurs Analysis (A)	73
9.	Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit	96
10.	Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung	97
10.1	Allgemeine Kriterien	97
10.2	Schriftliche Leistungen	97
10.3	Benotung	99
10.4	Sonstige Mitarbeit	100

1. Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

1.1 Jahrgangsstufe 5

Inhalte	Kompetenzen	(digitale) Werkzeuge / Methoden	Vorschläge für fächer- verbindendes Arbeiten
	Die Schüler-/innen sollen...		
Zahlen und Größen	- natürliche Zahlen darstellen können - mit großen Zahlen umgehen können - runden können - die Grundrechenarten wiederholen - Größen messen, schätzen und umrechnen können	Strichlisten Diagramme Zahlenstrahl Stellenwerttafel Maßband, Lineal, Zollstock Waage Computer Tabellenkalkulation (z.B. Perlenspiel)	Politik: Diagramme Deutsch: Briefe Schreiben (mit statistischen Informationen)
Symmetrie	- senkrechte und parallele Geraden konstruieren und Abstände zwischen Geraden und Punkten messen - rechte Winkel erkennen und zeichnen können - mit dem Koordinatensystem umgehen können - symmetrische Figuren erkennen, zeichnen können (Achsen- und Punktsymmetrie: Verschiebungen und Verkettung) - Eigenschaften von Vielecken kennenlernen	Geodreieck Zirkel Spiegel Dynamische Geometriesoftware (z.B. Zeichnen eines symmetrischen Schmetterlings)	
Schätzen – Rechnen – Überschlagen	- mit Rechenausdrücken (KlaPuStri) hantieren können - schriftliches Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren, Potenzieren mit natürlichen Zahlen lernen - Anwendungsaufgaben bearbeiten können - Kommutativ-, Assoziativ-, Distributivgesetz kennen lernen und anwenden können - Teilbarkeitsregeln (2,3,4,5,10) anwenden		

Flächen	- Flächeneinheiten messen, schätzen und umrechnen können - Flächeninhalt von Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, rechtwinkligem Dreieck berechnen können durch Zerlegungs- und Ergänzungsstrategien - den Umfang einer Fläche bestimmen können - Schätzen und Rechnen mit Maßstäben	Geodreieck Zirkel Schere Maßband, Lineal, Zollstock	Erdkunde: Grundrisse von Gegenständen und Gebäuden Erdkunde: Rechnen mit Maßstäben
Körper (Quader und Würfel)	- verschiedene geometrische Grundkörper kennen lernen (Quader, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel) - Schrägbilder und Netze zeichnen können - Rauminhalte vergleichen, schätzen, messen, umrechnen können - Rauminhalte und Oberflächeninhalt von Quadern berechnen können	Geodreieck Maßband, Lineal, Zollstock	

1.2 Jahrgangsstufe 6

Inhalte	Kompetenzen	Werkzeuge / Methoden	Vorschläge für fächer- verbindendes Arbeiten
	Die Schüler-/innen sollen...		
Brüche (in $\mathbb{Q}_{>0}$)	- Brüche und Anteile kennen lernen - Brüche erweitern, kürzen und vergleichen können - sich Anwendungen von Brüchen in Sachzusammenhängen erschließen - Brüche als Quotienten wahrnehmen - Anteile von Größen bestimmen und umwandeln können (z.B. m^3 in Liter) - Dezimalschreibweise anwenden - Dezimalzahlen (abbrechende und periodische) vergleichen und runden - die drei Schreibweisen einer rationalen Zahl kennen lernen und umwandeln können - sich bewusst machen, wie die rationalen Zahlen auf dem Zahlenstrahl angeordnet sind	Zahlenstrahl Graphische Veranschaulichung	Musik: Notenwerte
Addition und Subtraktion von Brüchen (in $\mathbb{Q}_{>0}$)	- Brüche und Dezimalzahlen addieren und subtrahieren können - Dezimalzahlen runden und überschlagen können		
Multiplikation und Division von Brüchen	- Brüche und Dezimalzahlen multiplizieren und dividieren können - Zahlen in Terme einsetzen und deren Wert berechnen - Anwendungsaufgaben zur Multiplikation und Division von rationalen Zahlen bearbeiten können - ausklammern und ausmultiplizieren können		

Kreis und Winkel	- ganze Zahlen im erweiterten Koordinatensystem kennen lernen - Bezeichnungen von Winkeln kennen lernen - Winkelarten kennen lernen - Winkel schätzen, messen und zeichnen können - Kreisfiguren zeichnen können	Geodreieck Zirkel	Religion: Kirchenfenster
Daten erfassen, darstellen und interpretieren (möglichst im 1. Halbjahr gemäß Methodencurriculum)	- grafische Darstellungen lesen und interpretieren und bezüglich Vor- und Nachteile diskutieren können - mit absoluten Häufigkeiten, relativen Häufigkeiten und Diagrammen und Tabellendarstellungen umgehen können - Kreisdiagramme zeichnen können - Mittelwerte berechnen können - mit einem Tabellenkalkulationsprogramm anhand selbsterhobenem Datenmaterial Häufigkeiten in Diagrammen darstellen - Boxplots interpretieren und erstellen können	Statistik mit dem Tabellenkalkulations-Programm <i>Excel</i> im Rahmen des Methodencurriculums der AKS: - Erstellen von Tabellen und Diagrammen (insbesondere Kreisdiagramme) - Vor- und Nachteile verschiedener Diagrammtypen - Sinnvolle Nutzung von Formeln	
Zusammenhang zwischen Größen	- mit Zahlenreihen umgehen können (Muster) - Dreisatzverfahren zur Lösung von Sachproblemen anwenden		Biologie: Fibonacci-Folge

1.3 Jahrgangsstufe 7

Inhalte	Kompetenzen	Werkzeuge / Methoden	Vorschläge für fächer- verbindendes Arbeiten
	Die Schüler-/innen sollen...		
Rechnen mit rationalen Zahlen	- Sollen rationale Zahlen der Größe nach sortieren und auf einer Zahlengeraden anordnen können. - Den Betrag einer Zahl kennenlernen und bestimmen können. - Das Rechnen in den vier Grundrechenarten mit rationalen Zahlen, insbesondere negative Zahlen, sicher beherrschen. - Rechengesetze beim Rechnen mit rationalen Zahlen sinnvoll nutzen können.	Geodreieck, Lineal	Erdkunde: Temperaturdiagramme/ Klimatabellen
Zuordnungen	- die Darstellungsformen Wertetabelle, Graph und Formel einer Zuordnung im Sachzusammenhang kennenlernen und von der einen in die andere Darstellungsform wechseln können. - Eigenschaften von proportionalen und antiproportionalen Zuordnungen kennen lernen, anwenden und zur Unterscheidung der beiden Zuordnungstypen nutzen können. - mit Hilfe des Dreisatzes im Sachzusammenhang einen gesuchten Wert von proportionalen oder antiproportionalen Zuordnungen berechnen können.	Dreisatz	Physik: Zuordnungen Politik/Erdkunde: Diagramme auswerten

Prozentrechnung	- Prozent- und Zinsrechnung auf allgemeine Konsumsituationen anwenden und dazu anwendungsbezogene Tabellenkalkulationen mit relativen und absoluten Zellbezügen erstellen können. - Variablen als Veränderliche zur Beschreibung von Zuordnungen, als Platzhalter in Termen und Rechengesetzen sowie als Unbekannte in Gleichungen und Gleichungssystemen deuten können. - analoge und digitale Medien zur Unterstützung und zur Gestaltung mathematischer Prozesse nutzen. - eigene Fragen zu realen Situationen stellen, die mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten beantwortet werden können.		Politik: ökonomische Kontexte (Rabatt, Mehrwertsteuer, Aktienkurse)
Terme und Gleichungen	- Terme mit einer Variablen, auch in Sachzusammenhängen aufstellen und berechnen können. - die Kurzschreibweisen und die Rechengesetze Kommutativ-, Assoziativ- und Distributivgesetz beim Umformen von Termen sicher beherrschen. - Gleichungen mit einer Variablen, auch in Anwendungssituationen aufstellen und lösen können. - grundlegende Äquivalenzumformungen sicher beherrschen. - Bruchterme erweitern, kürzen, addieren und subtrahieren können. - Bruchgleichungen, auch in Sachzusammenhängen lösen können.	Äquivalenzumformungen	Physik / Chemie: Gleichungen

Konstruieren und Argumentieren	- geometrische Sätze zur Winkelbestimmung in ebenen Figuren nutzen. - die Beweisführung zur Summe der Innenwinkel in einem Dreieck und zum Satz des Thales begründen können, - Ideen für mögliche Lösungswege entwickeln, Vorgehensweisen zur Lösung eines Problems planen und Lösungspläne zielgerichtet ausführen können, - verschiedene Lösungswege im Hinblick auf Gemeinsamkeiten und Unterschiede beurteilen und deren Effizienz vergleichen, - verschiedene Argumentationsstrategien (Gegenbeispiel, direktes Schlussfolgern, Widerspruch) nutzen können, - vorgegebene Argumentationen und Beweise hinsichtlich ihrer logischen Struktur (Folgerungen/Äquivalenz, Und-/Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) erläutern können. - beurteilen können, ob vorliegende Argumentationsketten vollständig und fehlerfrei sind, - lückenhafte bzw. fehlerhafte Argumentationsketten korrigieren bzw. ergänzen können.	Dynamische Geometriesoftware Taschenrechner	Physik: Navigation (Kreuzpeilung von Schiffen/Flugzeugen)
Wahrscheinlichkeiten (s. Jahrgangsstufe 8)	die Reihe zur Wahrscheinlichkeitsrechnung zum Ende der Jahrgangsstufe 7 oder zu Beginn der Jahrgangsstufe 8 bestreiten.		

1.4 Jahrgangsstufe 8

Inhalte	Kompetenzen	Werkzeuge / Methoden	Vorschläge für fächer- verbindendes Arbeiten
	Die Schüler-/innen sollen...		
Wahrscheinlichkeiten (möglichst im 2. Halbjahr gemäß Methodencurriculum)	- Wahrscheinlichkeiten schätzen können. - Wahrscheinlichkeiten von relativen Häufigkeiten unterscheiden können. - die Begriffe Zufallsexperiment, Ergebnis und Ereignis kennenlernen und deren Verwendungszusammenhang erkennen. - erlernen, wie man die Laplace-Wahrscheinlichkeit bestimmt. - Bedingungen für Laplace-Zufallsexperimente erkennen und Spielgeräte dahingehend untersuchen können, ob es ein Laplace-Spielgerät ist. - die Summenregel für zusammengesetzte Ereignisse erlernen. - mehrstufige Zufallsexperimente kennenlernen. - das Baumdiagramm und die Pfadregel zur Analyse von mehrstufigen Zufallsexperimenten erarbeiten. - das Gesetz der großen Zahlen kennen lernen und praktisch erproben.	Würfel Urne, Glücksrad Statistik mit dem Tabellenkalkulations-Programm <i>Excel</i> (mit Zellbezügen) im Rahmen des Methodencurriculums der AKS: - Erstellen von Protokollen zu langen Versuchsserien - Vertiefender Umgang mit Formeln - Vertiefung: Säulen- und Balkendiagramme, Boxplots	

Lineare Funktionen	- den Begriff Funktionen erlernen. - den Zusammenhang zwischen Funktionsgleichung, Stelle, Wert, Punkt und Graphen erarbeiten. - abgebildete Funktionsgraphen einer Auswahl von Sachzusammenhängen zuordnen können. - aus der Funktionsgleichung eine zugehörige Wertetabelle ermitteln und dann daraus einen Grafen für die Funktionen erstellen können. - lineare Funktionen der Form $y = m \cdot x$ als Gleichung einer Ursprungsgeraden kennenlernen. - den Begriff Steigung algebraisch und grafisch erarbeiten. - Punktproben durchführen können. - zu gegebenen Sachzusammenhängen eine passende Funktion modellieren können. - lineare Funktionen der Form $y = m \cdot x + b$ mit den Bestandteilen Steigung m und y-Achsenabschnitt b kennenlernen und auf verschiedene Weise, gemäß Aufgabenstellung, ermitteln können. - aus zwei gegebenen Punkten eine lineare Funktion ermitteln. - prüfen können, ob eine gegebene Wertetabelle zu einer linearen Funktion gehört. - die Nullstelle und den y-Achsenabschnitt berechnen. - den Schnittpunkt zweier linearer Funktionen ermitteln können.	CAS/Funktionsplotter Taschenrechner	Biologie Physik
Terme mit mehreren Variablen	- Umformungen von Termen mit einer Variablen wiederholen. - Terme mit mehreren Variablen kennenlernen und Strategien des Vereinfachens kennenlernen und anwenden können. - Summen unterschiedlicher Variablen miteinander multiplizieren können. (Ausmultiplizieren) - die binomischen Formeln kennenlernen, anwenden und nutzen können.	Software	

Flächen	- Flächeninhalte von Parallelogrammen und Dreiecken erarbeiten und anwenden. - zusammengesetzte Flächen berechnen, indem sie die zu berechnende Fläche auf bekannte Figuren zurückführen und geschickt zerlegen bzw. ergänzen.	Geodreieck Karton Klebeband Foyer	
Lineare Gleichungssysteme (LGS)	- lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen grafisch bzw. algebraisch ($f(x)=g(x)$) lösen. - die möglichen Lösungsmengen (keine, eine eindeutige, unendlich viele) kennenlernen und lernen, diese Fälle beim Lösen linearer Gleichungssysteme zu erkennen. - lernen, das Gleichsetzungs-, Einsetzungsverfahren und Additionsverfahren zur Lösung von LGS kennen, diese üben und anwenden können - lernen, die Wahl des Verfahrens von dem gegebenen LGS zu treffen und diese Wahl begründen können. - erlernen, aus Sachaufgaben ein LGS aufzustellen und dieses zu lösen.		
Kreise und Dreiecke	- den Satz von Thales kennenlernen und anwenden können. - die Begriffe Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Umkreis, Inkreis und Schwerpunkt eines Dreiecks kennenlernen und im jeweiligen Fall konstruieren können. - lernen, konkrete Sachverhalte mit Hilfe der geometrischen - Beziehungen zu modellieren und zu lösen.	Geodreieck Zirkel	

Wiederholung ausgewählter Unterrichtsinhalte zur Vorbereitung auf die **Lernstandserhebung**.

1.5 Jahrgangsstufe 9

Inhalte	Kompetenzen	Werkzeuge / Methoden	Vorschläge für fächer- verbindendes Arbeiten
	Die Schüler-/innen sollen...		
Reelle Zahlen	- irrationale Zahlen kennen lernen - mit Wurzeln und Wurzeltermen umgehen können. - Wurzelgesetze kennen lernen und diese sicher anwenden können. - den Umgang mit Näherungswerten beherrschen - Beweisverfahren kennen lernen	Taschenrechner	
Quadratische Funktionen	- Eigenschaften quadratischer Funktionen kennen lernen - den Verlauf quadratischer Funktionsgraphen mit geeigneten Fachbegriffen beschreiben können - quadratische Funktionen zeichnen können - quadratische Funktionsgleichungen in Normalform und Scheitelpunktform aufstellen können - das Verfahren der quadratischen Ergänzung kennenlernen und sicher beherrschen. - die Rolle quadratischer Funktionen bei der Modellierung von Wirklichkeit kritisch hinterfragen	Umgang mit Funktionsplottern (z.B. Geogebra) (evtl. Parabelschablone)	Physik: Wurfbewegungen
Kreise, Prismen und Zylinder	- Die Formeln für Kreisumfang und Kreisflächeninhalt kennen lernen und anwenden können. - Den Flächeninhalt von Kreisteilen und die Länge von Kreisbögen rechnerisch bestimmen können - Das Volumen und die Oberfläche von Prismen und Zylindern bestimmen können. - Das Prinzip von Cavalieri kennen lernen und an verschiedenen Beispielen anwenden können.	Taschenrechner, evtl. Geogebra, Umgang mit Geodreieck und Zirkel	

Potenzen und Potenzgesetze	- Potenzen und Potenzgesetze kennen lernen und anwenden können - Zahlen in Zehnerpotenzen schreiben können - Potenzen mit rationalen Exponenten kennenlernen und in anderer Schreibweise umwandeln können.	Taschenrechner	Physik: Entfernungen im Universum
Satz des Pythagoras und Körper	- Den Satz des Pythagoras kennenlernen und anwenden können. - Den Satz des Pythagoras in verschiedenen Figuren und Körpern erkennen und nutzen können. - Volumen und Oberflächeninhalt von Pyramide und Kegel bestimmen können.	Geodreieck Taschenrechner	Erdkunde: Ägypten und Pyramiden
Daten und Wahrscheinlichkeit (Optional)	- Statistiken verstehen und beurteilen können - Die Vierfeldertafel kennenlernen und zur Argumentation nutzen können. - Bedingte Wahrscheinlichkeiten an verschiedenen Beispielen berechnen können. - Den Begriff der stochastischen Unabhängigkeit kennen lernen und in Argumentationen nutzen können.	Taschenrechner Geogebra	Politik: Untersuchung von Wahlstatistiken

Ab 2.Hj.: Wiederholung ausgewählter Unterrichtsinhalte zur Vorbereitung auf die Zentrale Prüfung 10.

1.6 Jahrgangsstufe 10

Inhalte	Kompetenzen	Werkzeuge / Methoden	Vorschläge für fächer- verbindendes Arbeiten
	Die Schüler-/innen sollen...		
Daten und Wahr- scheinlichkeit (evtl. auch in Kl.9)	- Statistiken verstehen und beurteilen können - Die Vierfeldertafel kennenlernen und zur Argumentation nutzen können. - Bedingte Wahrscheinlichkeiten an verschiedenen Beispielen berechnen können. - Den Begriff der stochastischen Unabhängigkeit kennen lernen und in Argumentationen nutzen können.	- Taschenrechner - Geogebra	Politik: Untersuchung von Wahlstatistiken
Quadratische Gleichungen	- Verschiedene Darstellungsformen quadratischer Funktionen kennenlernen. - Quadratische Gleichungen mit verschiedenen Lösungsverfahren (graphisch, rechnerisch) sicher lösen können - Bei Anwendungsproblemen quadratische Gleichungen sinnvoll nutzen und lösen können	- Taschenrechner - Geogebra	
Ähnlichkeit	- Figuren zentrisch strecken können - den Begriff der Ähnlichkeit kennenlernen und anwenden können - Die Strahlensätze kennenlernen und sinnvoll nutzen können.	- Geodreieck - Zirkel	Kunst: Perspektive
Exponentielles Wachstum	- Exponentielles Wachstum als Phänomen kennenlernen und mathematisch beschreiben können. - Zinseszinsen berechnen können - Exponentialfunktionen kennenlernen und damit sicher umgehen können - Einfache Exponentialgleichungen mit Hilfe des Logarithmus lösen können. - Wachstumsprozesse mithilfe von Exponentialfunktionen schreiben und modellieren können.	- Geogebra - Taschenrechner	

Trigonometrie	- Den Sinus-, Kosinus- und Tangensbegriff im rechtwinkligen Dreieck kennenlernen und für Berechnungen nutzen können. - Anwendungsprobleme im rechtwinkligen Dreieck lösen können - Mithilfe des Kosinussatz Seitenlängen und Winkelgrößen bestimmen können.	- Geodreieck - Geogebra - Taschenrechner	
Trigonometrische Funktionen	- die Sinus- und Kosinusfunktion mithilfe des Einheitskreises kennenlernen und beschreiben können. - mithilfe der Sinus- und Kosinusfunktion periodische Vorgänge mathematisch beschreiben und modellieren können - Transformationen der Sinus- und Kosinusfunktion durchführen können	- Taschenrechner - Geogebra	Physik: Wechselspannung, Frequenz und Töne
- Vorbereitung ZP10	- Wiederholung zentraler Inhalte der ZP10 im Laufe des kompletten Schuljahres	- Taschenrechner - Geogebra - Geodreieck	

2. Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

1. Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
2. Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
3. Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
4. Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
5. Medien und Arbeitsmittel sind soweit möglich sprachsensibel gestaltet. Passende Aufgabenformate werden vom Lehrwerk themenübergreifend bereitgestellt.
6. Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
7. Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
8. Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
9. Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
10. Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
11. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
12. Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
13. Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
14. Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
15. Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
16. Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Fachliche Grundsätze:

17. Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
18. Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige

Gedanken zu äußern und zur Diskussion zu stellen.

19. Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
20. Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinterstehende Mathematik führt.
21. Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
22. Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
23. Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
24. Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
25. Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
26. Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

3. Kompetenzerwartungen der Verbraucherbildung bis zum Ende Erprobungsstufe

Arithmetik

Die Schülerinnen und Schüler...

- berechnen ohne Taschenrechner mit den Grundrechenarten lebensnahe Aufgaben im Raum der rationalen Zahlen mit Einheiten.

Geometrie

Die Schülerinnen und Schüler...

- berechnen und vergleichen Volumina und Flächeninhalte im Anwendungskontext.

Statistik

Die Schülerinnen und Schüler...

- lesen und interpretieren grafische Darstellungen statistischer Erhebungen.

4. Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

4.1 Allgemeine Kriterien

Bei der Leistungsbeurteilung der Schülerinnen und Schüler sind die erbrachten Leistungen in den Bereichen „Schriftliche Arbeiten“ und „Sonstige Leistungen im Unterricht“ angemessen zu berücksichtigen. Dabei bezieht sich die Leistungsbewertung insgesamt auf die im Zusammenhang mit dem Unterricht erworbenen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten. Im Kernlehrplan Mathematik (G9) werden die folgenden prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen ausgewiesen:

Prozessbezogene

Kompetenzen

- Argumentieren und Kommunizieren
- Problemlösen
- Modellieren
- Werkzeuge

Inhaltsbezogene

Kompetenzen

- Arithmetik/Algebra
- Funktionen
- Geometrie
- Stochastik

Grundsätzlich sind alle Bereiche bei der Leistungsbewertung angemessen zu berücksichtigen. Dabei kommt den prozessbezogenen Kompetenzen der gleiche Stellenwert zu wie den leistungsbezogenen Kompetenzen.

4.2 Schriftliche Leistungen

4.2.1 Aufgabenstellung

Klassenarbeiten und Klausuren sollen den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit geben, die im Unterricht erworbenen Sachkenntnisse und Fähigkeiten

nachzuweisen. Die Aufgaben unterteilen sich in Anforderungsbereich I (Reproduktion), Anforderungsbereich II (Reorganisation, Herstellen von Zusammenhängen) und Anforderungsbereich III (Verallgemeinern, Reflektieren und Bewerten). Dabei stammt der überwiegende Teil der Aufgaben aus dem mittleren Anforderungsbereich. Es sind auch Aufgaben einzubeziehen, bei denen nicht von vornherein eine eindeutige Lösung feststeht, sondern Schülerinnen und Schüler individuelle Lösungs- und Gestaltungsideen einbringen können.

In der Oberstufe bestehen die Klausuren aus zwei Teilen – einem hilfsmittelfreien Teil und einem Klausurteil, der mit Hilfsmittel (Formelsammlung/zugelassener WTR) gelöst werden darf.

4.2.2 Kriterien zur Korrektur

Bei der Korrektur werden auch für Teillösungen und Lösungsansätze Punkte vergeben. Folgefehler in einem Lösungsweg führen nur einmal zu einem Punktabzug. Bemerkt eine Schülerin oder ein Schüler, dass der eigene Lösungsweg einen Fehler enthält und kommentiert dies entsprechend, wird dies bei der Bewertung positiv berücksichtigt. Die Art der Darstellung, angemessene Verwendung der Fachsprache sowie formal-mathematische Richtigkeit werden bei der Gesamtwertung berücksichtigt.

Benotung

4.2.2.1 Klasse 5 bis 10

Note	Sehr gut (1)	Gut (2)	Befriedi- gend	Ausreichend (4)	Mangelhaft (5)	Ungenügend (6)
Ab ca.	90%	75%	60%	45%	20%	0%

Zusätzlich können Notentendenzen (plus/minus) angegeben werden.

4.2.2.2 Jahrgang 11 (Einführungsphase EF)

Note	Sehr gut (1)	Gut (2)	Befriedi- gend	Ausreichend (4)	Mangelhaft (5)	Ungenügend (6)
Ab ca.	85%	70%	55%	40%	20%	0%

Auch hier können zusätzlich Notentendenzen (plus/minus) angegeben werden.

4.2.2.3 Jahrgang 12 und 13 (Qualifikationsphase Q1 und Q2)

Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Bezug zur Sechser-	1+	1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6

Ab ca.	95%	90%	85%	80%	75%	70%	65%	60%	55%	50%	45%	40%	33%	27%	20%	0%
--------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----

4.2.3 Anzahl und Länge der Klassenarbeiten

Klasse	Anzahl der Arbeiten pro Schuljahr	Dauer in Unterrichtsstunden
5	6	bis zu 1
6	6	bis zu 1
7	5	1
8	4 (+ LSE)	1-2
9	4	1-2
10	3 (+ ZP10)	2

Stufe	Anzahl der Klausuren pro Schuljahr	Dauer
EF	4 (4. Klausur: Zentrale Prüfung)	2 U.-Stunden
Q1	4	GK: 100 Minuten LK: 160 Minuten
Q2	4	GK Q2.1: 160 Minuten LK Q2.2: 225 Minuten LK Q2.1: wie im Abi n. Vorgabe LK Q2.2: wie im Abi n. Vorgabe

4.3 Sonstige Mitarbeit

Alle Leistungen, die eine Schülerin oder ein Schüler im Zusammenhang mit dem Unterricht außerhalb von Klassenarbeiten oder Klausuren erbringt, fallen unter den Bereich der „Sonstigen Mitarbeit“. Bei der Bewertung ist sowohl die Qualität als auch die Quantität und Kontinuität der Unterrichtsbeiträge zu berücksichtigen. Zur Bewertung der sonstigen Mitarbeit im Unterricht werden im Wesentlichen folgende Kriterien herangezogen:

- Beiträge zum Unterricht, z. B.
 - Anwendung fachspezifischer Methoden und Arbeitsweisen
 - Einbringen von Lösungsvorschlägen
 - Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen
 - Finden von Beispielen oder Gegenbeispielen
 - angemessene Verwendung mathematischer Fachsprache
 - Erläuterung von Hausaufgaben
 - Präsentationen (z. B. Referate, Plakate)
 - kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit
- Wochenplanarbeit
- Projektarbeit
- sinnvoller Umgang mit technischen Hilfsmitteln (in der Oberstufe insbesondere mit dem WTR und dem CAS-Programm Geogebra)
- regelmäßiges Anfertigen von Hausaufgaben
- Unterrichtsdokumentation (z. B. Heftführung)
- kurze schriftliche Überprüfungen (Anteil: maximal 10 %)

Im ersten Halbjahr der Jahrgangsstufe 6 sowie im zweiten Halbjahr der Jahrgangsstufe 8 findet das **Methodentraining** im Fach Mathematik statt (thematischer Schwerpunkt: Arbeiten mit *Excel*).

Im Methodentraining werden folgende Ziele verfolgt:

- Stärkung der Medienkompetenz
- Kennenlernen/Ausbau verschiedener Recherchemöglichkeiten
- Bedienen und Anwenden von Datenverarbeitungsprogrammen (insb. Excel u. Numbers)
- Stärkung der Präsentationfähigkeiten.

Der Methodennachweis einer Schülerin / eines Schülers fließt mit 10 % in die Note der Sonstigen Mitarbeit ein.

Die schriftlichen Leistungen und die Sonstige Mitarbeit im Unterricht gehen zu gleichen Teilen in die Gesamtnote ein.

4.4 Ergebnisse der Lernstandserhebungen

Die Lernstandserhebung wird nicht als Klassenarbeit gewertet, sondern die Ergebnisse der Lernstandserhebung werden ergänzend zu den Bereichen „Schriftliche Leistungen“ und „Sonstige Mitarbeit“ bei der Leistungsbewertung berücksichtigt. Steht eine Schülerin oder ein Schüler aufgrund der bisherigen Leistung zwischen zwei Noten, so wird das Ergebnis der Lernstandserhebung bei der Bildung der Zeugnisnote ergänzend berücksichtigt.

4.5 Wertungsverhältnis: Schriftl. Leistungen / Sonstige Mitarbeit

In allen Jahrgängen der Sekundarstufe I und II werden bei der Festsetzung der Zeugnisnote die Leistungen aus den Bereichen „Sonstige Mitarbeit“ und „Schriftliche Leistungen“ zu gleichen Teilen berücksichtigt.

5. Die Fachgruppe Mathematik an der Alfred Krupp Schule

Die Alfred Krupp Schule ist das einzige Gymnasium im Essener Westen und versteht sich vornehmlich als Stadtteilschule für die Stadtteile Frohnhausen und Altendorf.

Die Schülerschaft ist als sehr heterogen zu bezeichnen. Die Schule gehört zum Sozialindex 8 mit einem Anteil von Schülerinnen und Schülern mit Migrationshintergrund von über 50%.

Die Alfred Krupp Schule ist in der Sekundarstufe I dreizügig und wird im offenen Ganztagsbetrieb geführt.

In jedem Jahr nimmt die Alfred Krupp Schule zum Beginn der Einführungsphase Neuzugänge aus Real- und Hauptschulen auf. Schwerpunktmäßig für diese Schüler werden Vertiefungskurse zur Angleichung angeboten, die wegen der Heterogenität der Schülerschaft auch von Stammschülern genutzt werden können.

In der Regel werden in der Einführungsphase drei parallele Grundkurse eingerichtet, aus denen sich für die Qualifikationsphase zwei Leistungs- und zwei Grundkurse entwickeln.

Der Unterricht findet im 45-Minuten-Takt statt, die Kursblockung sieht grundsätzlich für Grundkurse eine, für Leistungskurse zwei Doppelstunden vor.

Den im Schulprogramm ausgewiesenen Zielen, Schülerinnen und Schüler ihren Begabungen und Neigungen entsprechend individuell zu fördern und ihnen Orientierung für ihren weiteren Lebensweg zu bieten, fühlt sich die Fachgruppe Mathematik in besonderer Weise verpflichtet.

Für den Fachunterricht aller Stufen besteht Konsens darüber, dass wo immer möglich mathematische Fachinhalte mit Lebensweltbezug vermittelt werden. Dazu gehört auch das fächerübergreifende Arbeiten mit den Natur- und Gesellschaftswissenschaften.

In der Sekundarstufe II kann verlässlich darauf aufgebaut werden, dass die Verwendung von Kontexten im Mathematikunterricht bekannt ist.

In der Sekundarstufe I wird ein wissenschaftlicher Taschenrechner ab Klasse 7 verwendet, dynamische Geometrie-Software und Tabellenkalkulation werden an geeigneten Stellen im Unterricht genutzt, der Umgang mit ihnen eingeübt. Dazu stehen in der Schule zwei PC-Unterrichtsräume mit jeweils 16 und 13 Computerarbeitsplätzen sowie ein Selbstlernzentrum mit 8 Arbeitsplätzen zur Verfügung. Darüber hinaus wurden zwei mobile Laptop-Wagen mit je 16 Geräten angeschafft. In der Sekundarstufe II kann deshalb davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler mit den grundlegenden Möglichkeiten dieser digitalen Werkzeuge vertraut sind. Alle Schülerinnen und Schüler der Schule werden in Klasse 5 mit Schul-IPads ausgestattet, auf denen auch Taschenrechnerfunktionen und Computeralgebrasysteme zur Verfügung stehen.

Alle Klassenräume der Schule sind mit Beamern oder digitalen Tafeln ausgestattet, von denen einer der Fachschaft Mathematik zugeordnet ist.

In der Oberstufe wird zur Veranschaulichung die dynamische Geometriesoftware Geogebra genutzt. Diese freie Software zeichnet sich durch eine intuitiv verständliche Benutzeroberfläche aus. Geogebra kann sowohl geometrische Konstruktionen als auch Funktionsgraphen und Vektoren im Koordinatensystem darstellen. Darüber hinaus beinhaltet die Software ein Computeralgebrasystem (CAS) und eine Tabellenkalkulation.

In Klausuren der Oberstufe wird der wissenschaftliche Taschenrechner eingesetzt.

6. Entscheidungen zum Unterricht

Unterrichtsvorhaben

Die Darstellung der Unterrichtsvorhaben im schulinternen Lehrplan besitzt den Anspruch, sämtliche im Kernlehrplan angeführten Kompetenzen abzudecken. Dies entspricht der Verpflichtung jeder Lehrkraft, Schülerinnen und Schülern Lerngelegenheiten zu ermöglichen, so dass alle Kompetenzerwartungen des Kernlehrplans von ihnen erfüllt werden können.

Die entsprechende Umsetzung erfolgt auf zwei Ebenen: der Übersichts- und der Konkretisierungsebene.

Im „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.1) wird die Verteilung der Unterrichtsvorhaben dargestellt. Sie ist laut Beschluss der Fachkonferenz verbindlich für die Unterrichtsvorhaben I, II und III der Einführungsphase und für die Unterrichtsphasen der Qualifikationsphase. Die zeitliche Abfolge der Unterrichtsvorhaben IV bis VIII der Einführungsphase ist jeweils auf die Vorgaben zur Vergleichsklausur abzustimmen.

Das Übersichtsraster dient dazu, den Kolleginnen und Kollegen einen schnellen Überblick über die Zuordnung der Unterrichtsvorhaben zu den einzelnen Jahrgangsstufen sowie den im Kernlehrplan genannten Kompetenzen, Inhaltsfeldern und inhaltlichen Schwerpunkten zu verschaffen. Um Klarheit für die Lehrkräfte herzustellen und die Übersichtlichkeit zu gewährleisten, werden in der Kategorie „Kompetenzen“ an dieser Stelle nur die übergeordneten Kompetenzerwartungen ausgewiesen, während die konkretisierten Kompetenzerwartungen erst auf der Ebene konkreter Unterrichtsvorhaben Berücksichtigung finden. Der ausgewiesene Zeitbedarf versteht sich als grobe Orientierungsgröße, die nach Bedarf über- oder unterschritten werden kann. Um Spielraum für Vertiefungen, individuelle Förderung, besondere Schülerinteressen oder aktuelle Themen zu erhalten, wurden im Rahmen dieses schulinternen Lehrplans ca. 75 Prozent der Bruttounterrichtszeit verplant.

Während der Fachkonferenzbeschluss zum „Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben“ zur Gewährleistung vergleichbarer Standards sowie zur Absicherung von Kurswechslern und Lehrkraftwechseln für alle Mitglieder der Fachkonferenz Bindekraft entfalten soll, besitzt die Ausweisung „konkreter Unterrichtsvorhaben“ (Kapitel 2.1.2) empfehlenden Charakter. Referendarinnen und Referendaren sowie neuen Kolleginnen und Kollegen dienen diese vor allem zur standardbezogenen Orientierung in der neuen Schule, aber auch zur Verdeutlichung von unterrichtsbezogenen fachgruppeninternen Absprachen zu didaktisch-methodischen Zugängen, fächerübergreifenden Kooperationen, Lernmitteln und -orten sowie vorgesehenen Leistungsüberprüfungen, die im Einzelnen auch im Kapitel 3 und 4 zu entnehmen sind. Begründete Abweichungen von den vorgeschlagenen Vorgehensweisen bezüglich der konkretisierten Unterrichtsvorhaben sind im Rahmen der pädagogischen Freiheit der Lehrkräfte jederzeit möglich. Sicherzustellen bleibt allerdings auch hier, dass im Rahmen der Umsetzung der Unterrichtsvorhaben insgesamt alle prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen des Kernlehrplans Berücksichtigung finden. Dies ist durch entsprechende Kommunikation innerhalb der Fachkonferenz zu gewährleisten.

7. Übersichtsraster Unterrichtsvorhaben

7.1 Einführungsphase

Einführungsphase	
<u>Unterrichtsvorhaben EF-I:</u> Thema: <i>Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen • Kommunizieren Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Grundlegende Eigenschaften von linearen u. quadr. Funktion, Potenz- und Sinusfunktionen, ganzrationalen Funktionen, Exponentialfunktionen Zeitbedarf: 17 Std. (LS Kapitel I u. II)	<u>Unterrichtsvorhaben EF-II:</u> Thema: <i>Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate – der Begriff der Ableitung (E-A2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Werkzeuge nutzen • Problemlösen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Grundverständnis des Ableitungsbegriffs • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen Zeitbedarf: 16 Std. (LS Kapitel III)

Einführungsphase	
<u>Unterrichtsvorhaben EF-III:</u> Thema: <i>Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A3)</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen • Argumentieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Differentialrechnung ganzrationaler Funktionen • Funktionsuntersuchungen • Mathematische Begriffe in Sachzusammenhängen Zeitbedarf: 16 Std. (LS Kapitel IV)	<u>Unterrichtsvorhaben EF-IV:</u> Thema: <i>Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G1)</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen • Modellieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Geometrie im Raum • Vektoren und Vektoroperationen Zeitbedarf: 15 Std. <u>(LS Kapitel V)</u> Einführung in das CAS-System Zeitbedarf: 6 Std.

Einführungsphase
<u>Unterrichtsvorhaben EF-V:</u> Thema: <i>Geraden im Raum (E-G2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Geraden) • Lagebeziehungen Zeitbedarf: 14 Std. <i>(LS Kapitel VI)</i> Zeitbedarf gesamt: 84 Std.

7.2 Qualifikationsphase 1

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u> Thema: <i>Zueinander orthogonale Vektoren, Winkel zwischen Vektoren - Skalarprodukt (Q-GK-G3)</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Skalarprodukt Zeitbedarf: 7 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u> Thema: <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme Zeitbedarf: 15 Std.

Qualifikationsphase (Q1) – GRUNDKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u> Thema: <i>Eigenschaften von Funktionen (Q-GK-A1)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Fortführung der Differentialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle Zeitbedarf: 20 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u> Thema: <i>Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel) (Q-GK-A2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung Zeitbedarf: 10 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u> Thema: <i>Das Integral – ein Schlüsselkonzept (Q-GK-A3)</i> Zentrale Kompetenzen: • Kommunizieren, Argumentieren Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung Zeitbedarf: 25 Std.	

7.3 Qualifikationsphase 2

Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u> Thema: <i>Exponentialfunktionen (Q-GK-A4)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Fortführung der Differential- und Integralrechnung Zeitbedarf: 18 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u> Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen und Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S1 und E-S2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen • Kommunizieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Mehrstufige Zufallsexperimente • Bedingte Wahrscheinlichkeiten Zeitbedarf: 18 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u> Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S1)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Zeitbedarf: 6 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u> Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilung (Q-GK-S2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Binomialverteilung Zeitbedarf: 9 Std.

<u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u> Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S3) Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Argumentieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Binomialverteilung Zeitbedarf: 9 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u> Thema: Von Übergängen und Prozessen (Q-GK-S4) Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Argumentieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Stochastische Prozesse Zeitbedarf: 9 Std.
Summe Qualifikationsphase (Q2) – GRUNDKURS: 51 Stunden	

7.4 Qualifikationsphase 1 (Leistungskurs)

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-I:</u> Thema: <i>Zueinander orthogonale Vektoren, Winkel zwischen Vektoren - Skalarprodukt (Q-LK-G3)</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Skalarprodukt Zeitbedarf: 7 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-II:</u> Thema: <i>Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-LK-G2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: • Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte (Ebenen) • Lineare Gleichungssysteme Zeitbedarf: 15 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-III:</u> Thema: <i>Abstände und Winkel (Q-LK-G5)</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G) Inhaltliche Schwerpunkte: • Lagebeziehungen und Abstände • Lineare Gleichungssysteme Zeitbedarf: 25 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-IV:</u> Thema: <i>Eigenschaften von Funktionen (Q-LK-A1)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Fortführung der Differentialrechnung • Funktionen als mathematische Modelle Zeitbedarf: 20 Std.

Qualifikationsphase (Q1) – LEISTUNGSKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-V:</u> Thema: Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel) (Q-LK-A2) Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differentialrechnung Zeitbedarf: 12 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VI:</u> Thema: Das Integral – ein Schlüsselkonzept (Q-LK-A3) Zentrale Kompetenzen: • Kommunizieren, Argumentieren Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Grundverständnis des Integralbegriffs • Integralrechnung • Integralfunktionen • Uneigentliche Integrale • Integral und Rauminhalt Zeitbedarf: 40 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q1-VII:</u> Thema: Exponentialfunktionen (Q-LK-A4) Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Fortführung der Differential- und Integralrechnung • Beschränktes Wachstum Zeitbedarf: 18 Std.	

7.5 Qualifikationsphase 2 (Leistungskurs)

Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS	
<u>Unterrichtsvorhaben Q2-I:</u> Thema: <i>Zusammengesetzte Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen (Q-LK-A5)</i> Zentrale Kompetenzen: • Argumentieren • Modellieren, Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Funktionen und Analysis (A) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Funktionen als mathematische Modelle • Fortführung der Differential- und Integralrechnung Zeitbedarf: 20 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q2-II:</u> Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen und Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (E-S1 und E-S2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen • Kommunizieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Mehrstufige Zufallsexperimente • Bedingte Wahrscheinlichkeiten Zeitbedarf: 18 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q2-III:</u> Thema: <i>Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-LK-S1)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Kenngrößen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen Zeitbedarf: 5 Std.	<u>Unterrichtsvorhaben Q2-IV:</u> Thema: <i>Treffer oder nicht? – Bernoulliexperimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S2)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Binomialverteilung Zeitbedarf: 10 Std.

<u>Unterrichtsvorhaben Q2-V:</u> Thema: <i>Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S3)</i> Zentrale Kompetenzen: • Problemlösen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Binomialverteilung Zeitbedarf: 5 Std	<u>Unterrichtsvorhaben Q2-VI:</u> Thema: <i>Ist die Glocke normal? (Q-LK-S4)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Problemlösen • Werkzeuge nutzen Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Normalverteilung Zeitbedarf: 10 Std.
<u>Unterrichtsvorhaben Q2-VII:</u> Thema: <i>Prognose- und Konfidenzintervalle (Q-LK-S5)</i> Zentrale Kompetenzen: • Modellieren • Kommunizieren Inhaltsfeld: Stochastik (S) Inhaltlicher Schwerpunkt: • Zeitbedarf: 10 Std.	

Summe Qualifikationsphase (Q2) – LEISTUNGSKURS: 70 Stunden

7.6 Übersicht über die Unterrichtsvorhaben

Einführungsphase		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	E-A1	17
II	E-A2	16
III	E-A3	16
IV	E-G1	15+6
V	E-G2	14
		84
Q1 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-G1	9
II	Q-GK-G2	4
III	Q-GK-G3	7
IV	Q-GK-G4	15
V	Q-GK-A1	20
VI	Q-GK-A2	10
VII	Q-GK-A3	25
		90
Q2 Grundkurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-GK-A4	18
II	Q-GK-S1	6
III	Q-GK-S2	9
IV	Q-GK-S3	9
V	Q-GK-S4	9
	Summe:	51

Q1 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-G1	9
II	Q-LK-G2	4
III	Q-LK-G3	7
IV	Q-LK-G4	15
V	Q-LK-G5	25
VI	Q-LK-A1	20
VII	Q-LK-A2	12
VIII	Q-LK-A3	40
IX	Q-LK-A4	18
	Summe:	150
Q2 Leistungskurse		
Unterrichtsvorhaben	Thema	Stundenzahl
I	Q-LK-A5	20
II	Q-LK-S1	5
III	Q-LK-S2	10
IV	Q-LK-S3	5
V	Q-LK-S4	10
VI	Q-LK-S5	10
VII	Q-LK-S6	10
	Summe:	70

8 Konkretisierte Unterrichtsvorhaben

8.1 Einführungsphase Analysis (A)

Thema: Beschreibung der Eigenschaften von Funktionen und deren Nutzung im Kontext (E-A1)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • beschreiben die Eigenschaften von Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten sowie quadratischen und kubischen Wurzelfunktionen • beschreiben Wachstumsprozesse mithilfe linearer Funktionen und Exponentialfunktionen • wenden einfache Transformationen (Streckung, Verschiebung) auf Funktionen (Sinusfunktion, quadratische Funktionen, Potenzfunktionen, Exponentialfunktionen, ganzrationalen Fkt.) an und deuten die zugehörigen Parameter • bestimmen Nullstellen und Symmetrieeigenschaften verschiedener Funktionstypen Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung(<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische	Algebraische Rechentechniken werden grundsätzlich parallel vermittelt und diagnosegestützt geübt (solange in diesem Unterrichtsvorhaben erforderlich in einer von drei Wochenstunden, ergänzt durch differenzierende, individuelle Zusatzangebote aus Aufgabensammlungen). Dem oft erhöhten Angleichungs- und Förderbedarf von Schulformwechslern wird ebenfalls durch gezielte individuelle Angebote (4. U.-Stunde) Rechnung getragen. Ein besonderes Augenmerk muss in diesem Unterrichtsvorhaben auf die Einführung in die elementaren Bedienkompetenzen der verwendeten Software gerichtet werden. Als Kontext für die Beschäftigung mit Wachstumsprozessen können verschiedene Modelle (insbesondere lineare und exponentielle) betrachtet und mithilfe einer Tabellenkalkulation verglichen werden. Für kontinuierliche Prozesse und den Übergang zu Exponentialfunktionen werden verschiedene Kontexte (z. B. Bakterienwachstum, Abkühlung) untersucht. <i>Der Einstieg in Transformationen kann mit Hilfe der CAS-Software entdeckend erfolgen.</i> Anknüpfend an die Erfahrungen aus der SI werden die verschiedenen Funktionstypen und deren Eigenschaften betrachtet. Systematisches

Modelle (<i>Mathematisieren</i>) Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen Tabellenkalkulation, Funktionenplotter und CAS-Programme. • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle ... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen	Erkunden mithilfe des CAS-Programms eröffnet den Zugang zu Potenzfunktionen.
--	---

Thema: Von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate – der Begriff der Ableitung (E-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- berechnen durchschnittliche und lokale Änderungsrate und interpretieren sie im Kontext
- erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- deuten die Tangente als Grenzlage einer Folge von Sekanten
- deuten die Ableitung an einer Stelle als lokale Änderungsrate/Tangentensteigung
- beschreiben und interpretieren Änderungsrate funktional (Ableitungsfunktion)
- leiten Funktionen graphisch ab
- begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen erläutern qualitativ auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs an Beispielen den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate
- nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichen Exponenten
- wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Als Einstieg könnte ein Stationenlernen zu durchschnittlichen Änderungsrate in unterschiedlichen Sachzusammenhängen durchgeführt werden, die auch im weiteren Verlauf immer wieder auftauchen (z. B. Bewegungen, Zu- und Abflüsse, Höhenprofil, Temperaturmessung, Aktienkurse, Entwicklung regenerativer Energien, Sonntagsfrage, Wirk- oder Schadstoffkonzentration, Wachstum, Kosten- und Ertragsentwicklung).

Der Begriff der lokalen Änderungsrate wird im Sinne eines spiraligen Curriculums qualitativ und heuristisch verwendet.

Als Kontext für den Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate könnte z.B. die vermeintliche Diskrepanz zwischen der Durchschnittsgeschwindigkeit bei einer längeren Fahrt und der durch ein Messgerät ermittelten Momentangeschwindigkeit genutzt werden. Neben zeitabhängigen Vorgängen soll auch ein geometrischer Kontext betrachtet werden.

Tabellenkalkulation und Dynamische-Geometrie-Software werden zur numerischen und geometrischen Darstellung des Grenzprozesses beim Übergang von der durchschnittlichen zur lokalen Änderungsrate bzw. der Sekanten zur Tangenten (Zoomen) eingesetzt.

Im Zusammenhang mit dem graphischen Ableiten und dem Begründen der Eigenschaften eines Funktionsgraphen sollen die Schülerinnen und

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- analysieren und strukturieren die Problemsituation (*Erkunden*)
- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren (Vermuten)

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... Darstellen von Funktionen grafisch und als Wertetabelle
... grafischen Messen von Steigungen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum
Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

Schüler in besonderer Weise zum Vermuten, Begründen und Präzisieren ihrer Aussagen angehalten werden. Hier ist auch der Ort, den Begriff des Extrempunktes (lokal vs. global) zu präzisieren und dabei auch Sonderfälle, wie eine konstante Funktion, zu betrachten, während eine Untersuchung der Änderung von Änderungen erst zu einem späteren Zeitpunkt des Unterrichts (Q1) vorgesehen ist.

Für eine quadratische Funktion wird der Grenzübergang bei der „h-Methode“ exemplarisch durchgeführt. Alternativ kann die „x-Methode“ durchgeführt werden.

Um die Ableitungsregel für höhere Potenzen zu vermuten, nutzen die Schüler das CAS-Programm und die Möglichkeit, Werte der Ableitungsfunktionen näherungsweise zu tabellieren und zu plotten. Eine Beweisidee kann optional erarbeitet werden. Der Unterricht erweitert besonders Kompetenzen aus dem Bereich des Vermutens.

Kontexte spielen in diesem Teil des Unterrichtsvorhaben eine untergeordnete Rolle. Quadratische Funktionen können aber stets als Weg-Zeit-Funktion bei Fall- und Wurf- und anderen gleichförmig beschleunigten Bewegungen gedeutet werden.

Durch gleichzeitiges Visualisieren der Original- und der Ableitungsfunktion erklären Lernende die Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen und Zusammenhänge zwischen Funktion und deren Ableitung. Zugleich entdecken sie die Zusammenhänge zwischen charakteristischen Punkten, woran in Unterrichtsvorhaben IV (Thema E-A4) angeknüpft wird.

Thema: *Entwicklung und Anwendung von Kriterien und Verfahren zur Untersuchung von Funktionen (E-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • leiten Funktionen graphisch ab • nennen die Kosinusfunktion als Ableitung der Sinusfunktion • begründen Eigenschaften von Funktionsgraphen (Monotonie, Extrempunkte) mit Hilfe der Graphen der Ableitungsfunktionen • nutzen die Ableitungsregel für Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten • wenden die Summen- und Faktorregel auf ganzrationale Funktionen an • lösen Polynomgleichungen, die sich durch einfaches Ausklammern oder Substituieren auf lineare und quadratische Gleichungen zurückführen lassen, ohne digitale Hilfsmittel • verwenden das notwendige Kriterium und das Vorzeichenwechselkriterium zur Bestimmung von Extrempunkten • unterscheiden lokale und globale Extrema im Definitionsbereich • verwenden am Graphen oder Term einer Funktion ablesbare Eigenschaften als Argumente beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen • verwenden mathematische Begriffe in Sachzusammenhängen	Für ganzrationale Funktionen werden die Zusammenhänge zwischen den Extrempunkten der Ausgangsfunktion und ihrer Ableitung untersucht. Die Schülerinnen und Schüler üben damit, vorstellungsbezogen zu argumentieren. Die Untersuchungen auf Symmetrien und Globalverhalten werden fortgesetzt. Bezüglich der Lösung von Gleichungen im Zusammenhang mit der Nullstellenbestimmung wird durch geeignete Aufgaben Gelegenheit zum Üben von Lösungsverfahren ohne Verwendung des CAS gegeben. Neben den Fällen, in denen das Vorzeichenwechselkriterium angewendet wird, werden die Lernenden auch mit Situationen konfrontiert, in denen sie mit den Eigenschaften des Graphen oder Terms argumentieren. So erzwingt z. B. Achsensymmetrie die Existenz eines Extrempunktes auf der Symmetrieachse. <i>Beim Lösen von inner- und außermathematischen Problemen können auch Tangentengleichungen bestimmt werden.</i> Der Schwerpunkt dieses Unterrichtsvorhabens liegt auf der Bearbeitung von anwendungsbezogenen Aufgabenstellungen.

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (hier: Zurückführen auf Bekanntes) (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (*Lösen*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen [...]) (*Begründen*)
- erkennen fehlerhafte Argumentationsketten und korrigieren sie (*Beurteilen*)

8.2 Einführungsphase Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: *Vektoren bringen Bewegung in den Raum (E-G1)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen geeignete kartesische Koordinatisierungen für die Bearbeitung eines geometrischen Sachverhalts in der Ebene und im Raum
- stellen geometrische Objekte in einem räumlichen kartesischen Koordinatensystem dar
- deuten Vektoren (in Koordinatendarstellung) als Verschiebungen und kennzeichnen Punkte im Raum durch Ortsvektoren
- stellen gerichtete Größen (z. B. Geschwindigkeit, Kraft) durch Vektoren dar
- berechnen Längen von Vektoren und Abstände zwischen Punkten mit Hilfe des Satzes von Pythagoras
- addieren Vektoren, multiplizieren Vektoren mit einem Skalar und untersuchen Vektoren auf Kollinearität
- weisen Eigenschaften von besonderen Dreiecken und Vierecken mithilfe von Vektoren nach

Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte):

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur

Ausgangspunkt ist eine Vergewisserung (z. B. in Form einer Mindmap) hinsichtlich der den Schülerinnen und Schülern bereits bekannten Koordinatisierungen (GPS, geographische Koordinaten, kartesische Koordinaten, Robotersteuerung).

Mithilfe einer DGS werden unterschiedliche Möglichkeiten ein Schrägbild zu zeichnen untersucht und hinsichtlich ihrer Wirkung beurteilt.

Durch Operieren mit Verschiebungspfeilen werden einfache geometrische Problemstellungen gelöst: Beschreibung von Diagonalen (insbesondere zur Charakterisierung von Viereckstypen), Auffinden von Mittelpunkten (ggf. auch Schwerpunkten), Untersuchung auf Parallelität.

Problemlösung aus (Lösen) Kommunizieren (Produzieren) Die Schülerinnen und Schüler - wählen begründet eine geeignete Darstellungsform aus - wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen	
--	--

Thema: Darstellung von Geraden in Parameterform (E-G2)	
Zu entwickelnde Kompetenzen Inhaltsbezogene Kompetenzen: Die Schülerinnen und Schüler - stellen Geraden und Strecken in Parameterform dar - interpretieren den Parameter von Geradengleichungen im Sachkontext - untersuchen Lagebeziehungen zwischen zwei Geraden [...] Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren - präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (Vermuten)	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen Zunächst wird sichergestellt, dass Punkte und Vektoren im Raum mit den im letzten Unterrichtsvorhaben der EF beschriebenen Inhalten bekannt sind. Lineare Bewegungen werden z. B. im Kontext von Flugbahnen (Kondensstreifen) durch Startpunkt, Zeitparameter und Geschwindigkeitsvektor beschrieben und dynamisch mit DGS dargestellt. Dabei sollten Modellierungsfragen (reale Geschwindigkeiten, Größe der Flugobjekte, Flugebenen) einbezogen werden. Ergänzend zum dynamischen Zugang wird die rein geometrische Frage aufgeworfen, wie eine Gerade durch zwei Punkte zu beschreiben ist.

• stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober- / Unterbegriff) (<i>Begründen</i>) • nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>) • berücksichtigen vermehrt logische Strukturen (notwendige / hinreichende Bedingung, Folgerungen / Äquivalenz, Und- / Oder-Verknüpfungen, Negation, All- und Existenzaussagen) (<i>Begründen</i>) • überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (<i>Beurteilen</i>) Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (<i>Rezipieren</i>) • verwenden die Fachsprache und fachspezifische Notation in angemessenem Umfang (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) • erstellen Ausarbeitungen und präsentieren sie (<i>Produzieren</i>) • vergleichen und beurteilen ausgearbeitete Lösungen hinsichtlich ihrer Verständlichkeit und fachsprachlichen Qualität (<i>Diskutieren</i>) Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)	Hierbei wird herausgearbeitet, dass zwischen unterschiedlichen Parametrisierungen einer Geraden gewechselt werden kann. Punktproben sowie die Berechnung von Schnittpunkten mit den Grundebenen sollen mit CAS, sowie hilfsmittelfrei trainiert werden. Die Darstellung in räumlichen Koordinatensystemen sollte hinreichend geübt werden. <i>Auf dieser Grundlage können z. B. Schattenwürfe von Gebäuden in Parallel- und Zentralprojektion auf eine der Grundebenen berechnet und zeichnerisch dargestellt werden. Der Einsatz der DGS bietet hier die zusätzliche Möglichkeit, dass der Ort der Strahlenquelle variiert werden kann.</i> Der Fokus der Untersuchung von Lagebeziehungen liegt auf dem logischen Aspekt einer vollständigen Klassifizierung sowie einer präzisen Begriffsbildung (z. B. Trennung der Begriffe „parallel“, „echt parallel“, „identisch“). Flussdiagramme und Tabellen sind ein geeignetes Mittel, solche Algorithmen darzustellen. Es können möglichst selbstständig solche Darstellungen entwickelt, die auf Lernplakaten dokumentiert, präsentiert, verglichen und hinsichtlich ihrer Brauchbarkeit beurteilt werden können. In diesem Teil des Unterrichtsvorhabens sollen nicht nur logische Strukturen reflektiert, sondern auch Unterrichtsformen gewählt werden, bei denen Kommunikationsprozesse im Team unter Verwendung der Fachsprache angeregt werden. Der Schnittpunkt zweier, sich schneidender Geraden soll ohne Hilfsmittel, sowie mit CAS bestimmt werden. <i>Auf Anwendungsbeispiele aus dem vorherigen Unterrichtsvorhaben kann zum Teil zurückgegriffen werden. Dabei wird evtl. die Frage des Abstandes zwischen Flugobjekten relevant. Bei genügend zur Verfügung stehender</i>
---	--

• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen Geodreiecke, geometrische Modelle, Dynamische-Geometrie-Software, sowie das eingeführte CAS • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Objekten im Raum	<i>Zeit oder binnendifferenziert könnte (über den Kernlehrplan hinausgehend) das Abstandsminimum numerisch, grafisch oder algebraisch mit den Verfahren der Analysis ermittelt werden.</i>
--	---

8.3 Qualifikationsphase Grundkurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: <i>Zueinander orthogonale Vektoren, Winkel zwischen Vektoren - Skalarprodukt (Q-GK-G1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>)	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. <i>Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen durchgeführt werden.</i> Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-GK-G)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar • beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme • wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an • interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen • stellen Ebenen in Parameterform dar • untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen • berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten	Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem. Als Vorbereitung für Gleichungssysteme mit mehr als zwei Gleichungen und Variablen wird der Gauß-Algorithmus eingeführt. Lösungsmengen werden zunächst ohne Hilfsmittel, später mit dem CAS bestimmt. Zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix. Als Einstieg für die Parametrisierung einer Ebene kann ein Raum mit einem an drei Punkten als zweite Decke aufgehängtem Segeltuch dienen. Damit wird die Idee der Koordinatisierung wieder aufgegriffen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden. In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen). <i>Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und</i>

finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>) Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen das eingeführte CAS zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Objekten im Raum	<i>auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.</i>
---	---

8.4 Qualifikationsphase Grundkurs Analysis (A)

Thema: <i>Eigenschaften von Funktionen (Q-GK-A1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • wenden Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme an • wenden ein Lösungsverfahren ohne digitale Werkzeuge bei Gleichungssystemen mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (<i>Erkunden</i>)	Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden die wesentlichen Aspekte der dort besprochenen Differentialrechnung wiederholt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. In diesem Zusammenhang kann die simultane Betrachtung beider Ableitungen zudem zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte führen. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten. Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. angelehnt an Anwendungszusammenhängen aus vorherigen Abituraufgaben) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

• wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (<i>Lösen</i>) • setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (<i>Lösen</i>) • berücksichtigen einschränkende Bedingungen (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) • erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)	Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.
---	---

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

Thema: Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel) (Q-GK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
- Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel an
- wenden die Produktregel an

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In dieser Unterrichtsreihe geht es in erster Linie um das Verständnis und die Einübung der Produkt- und Kettenregel zum Ableiten zusammengesetzter Funktionen. Die Kettenregel wird eingeführt, um auch (hilfsmittel-frei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

• ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>)	
--	--

Thema: *Das Integral – ein Schlüsselkonzept (Q-GK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion
- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern geometrisch-anschaulich den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). *Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.*

Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionsplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.

Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. In den Anwendungen steht mit dem

Prozessbezogene Kompetenzen: Argumentieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • stellen Vermutungen auf (<i>Vermuten</i>) • unterstützen Vermutungen beispielgebunden (<i>Vermuten</i>) • präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (<i>Vermuten</i>) • stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (<i>Begründen</i>) Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen • Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals	Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung. Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt. Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.
---	---

Thema: *Exponentialfunktionen (Q-GK-A4)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Es werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten wiederholt.

In diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*).
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer
Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Be-
rechnen und Darstellen

8.5 Qualifikationsphase Grundkurs Stochastik (S)

Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen und Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (Q-S1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)	Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (CAS, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. <i>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.</i> Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet. Um die Übertragbarkeit des Verfahrens der bedingten Wahrscheinlichkeit zu sichern, sollen verschiedene Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.

• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten [...] (<i>Rezipieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Generieren von Zufallszahlen ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)	Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.
---	--

Thema: Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen (Q-GK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben
- erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt.

Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots in der Sekundarstufe I reaktiviert.

Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert aber unterschiedlicher Streuung wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; anhand gezielter Veränderungen der Verteilung werden die Auswirkungen auf deren Kenngrößen untersucht und interpretiert.

Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: *Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-GK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung im Kontext und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung
- bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen [...]

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Geogebra [...]

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt dabei durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung von Geogebra.

Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung für ein zweistufiges Bernoulliexperiment plausibel gemacht werden. Auf eine allgemeingültige Herleitung wird verzichtet.

Durch Erkunden wird festgestellt, dass unabhängig von n und p ca. 68% der Ergebnisse in der 1σ -Umgebung des Erwartungswertes liegen.

Hinweis: Der Einsatz von Geogebra zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische

• verwenden Geogebra zum ... Generieren von Zufallszahlen ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)	<i>Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.</i>
---	---

Thema: Modellieren mit Binomialverteilungen (Q-GK-S4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen
- schließen anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter [...] Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In verschiedenen Sachkontexten wird zunächst die Möglichkeit einer Modellierung der Realsituation mithilfe der Binomialverteilung überprüft. Die Grenzen des Modellierungsprozesses werden aufgezeigt und begründet. In diesem Zusammenhang werden geklärt:

- die Beschreibung des Sachkontextes durch ein Zufallsexperiment
- die Interpretation des Zufallsexperiments als Bernoullikette
- die Definition der zu betrachtenden Zufallsgröße
- die Unabhängigkeit der Ergebnisse
- die Benennung von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p

Dies erfolgt in unterschiedlichsten Realkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Prüfverfahren mit vorgegebenen Entscheidungsregeln bieten einen besonderen Anlass, um von einer (ein- oder mehrstufigen) Stichprobenentnahme aus einer Lieferung auf nicht bekannte Parameter in der Grundgesamtheit zu schließen.

Wenn genügend Unterrichtszeit zur Verfügung steht, können im Rahmen der beurteilenden Statistik vertiefend (und über den Kernlehrplan hinausgehend) Produzenten- und Abnehmerrisiken bestimmt werden.

Hinweis: Eine Stichprobenentnahme kann auch mit Geogebra simuliert werden.

- | | |
|---|--|
| <ul style="list-style-type: none">• nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (<i>Begründen</i>)• verknüpfen Argumente zu Argumentationsketten (<i>Begründen</i>) | |
|---|--|

8.6 Qualifikationsphase Leistungskurs Analytische Geometrie und Lineare Algebra (G)

Thema: <i>Zueinander orthogonale Vektoren, Winkel zwischen Vektoren - Skalarprodukt (Q-LK-G3)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • deuten das Skalarprodukt geometrisch und berechnen es • untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung) Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (<i>Erkunden</i>) • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>)	Das Skalarprodukt wird zunächst als Indikator für Orthogonalität aus einer Anwendung des Satzes von Pythagoras entwickelt. Durch eine Zerlegung in parallele und orthogonale Komponenten wird der geometrische Aspekt der Projektion betont. Dies wird zur Einführung des Winkels über den Kosinus genutzt (alternativ zu einer Herleitung aus dem Kosinussatz). Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für (im Sinne des Problemlösens offen angelegte) exemplarische geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte (z. B. Gebäude) bezogen werden. <i>Dabei kann z. B. der Nachweis von Dreiecks- bzw. Viereckstypen durchgeführt werden.</i> Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt.

Thema: Lineare Algebra als Schlüssel zur Lösung von geometrischen Problemen (Q-LK-G4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen lineare Gleichungssysteme in Matrix-Vektor-Schreibweise dar
- beschreiben den Gauß-Algorithmus als Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme
- wenden den Gauß-Algorithmus ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten an
- interpretieren die Lösungsmenge von linearen Gleichungssystemen
- stellen Ebenen [...] in Parameterform dar
- untersuchen Lagebeziehungen [...] zwischen Geraden und Ebenen
- berechnen Schnittpunkte von Geraden sowie Durchstoßpunkte von Geraden mit Ebenen und deuten sie im Sachkontext
- stellen geradlinig begrenzte Punktmengen in Parameterform dar

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Punktproben sowie die Berechnung von Spurgeraden in den Grundebenen und von Schnittpunkten mit den Koordinatenachsen führen zunächst noch zu einfachen Gleichungssystemen. Die Achsenabschnitte erlauben eine Darstellung in einem räumlichen Koordinatensystem. Als Vorbereitung für Gleichungssysteme mit mehr als zwei Gleichungen und Variablen wird der Gauß-Algorithmus eingeführt. Lösungsmengen werden zunächst ohne Hilfsmittel, später mit dem CAS bestimmt. Zentrale Werkzeugkompetenz in diesem Unterrichtsvorhaben ist die Interpretation des angezeigten Lösungsvektors bzw. der reduzierten Matrix.

Als Einstieg für die Parametrisierung einer Ebene kann ein Raum mit einem an drei Punkten als zweite Decke aufgehängtem Segeltuch dienen. Damit wird die Idee der Koordinatisierung wieder aufgegriffen. Die Vernetzung der geometrischen Vorstellung (Lagebeziehung) und der algebraischen Formalisierung sollte stets deutlich werden.

In diesem Unterrichtsvorhaben werden Problemlösekompetenzen erworben, indem sich heuristische Strategien bewusst gemacht werden (eine planerische Skizze anfertigen, die gegebenen geometrischen Objekte abstrakt beschreiben, geometrische Hilfsobjekte einführen, bekannte Verfahren zielgerichtet einsetzen und in komplexeren Abläufen kombinieren und unterschiedliche Lösungswege kriteriengestützt vergleichen).

Wenn genügend Zeit zur Verfügung steht, können durch Einschränkung des Definitionsbereichs Parallelogramme und Dreiecke beschrieben und

finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>) • führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (<i>Lösen</i>) • vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (<i>Reflektieren</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) • analysieren und reflektieren Ursachen von Fehlern (<i>Reflektieren</i>) Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen das eingeführte CAS zum ... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Objekten im Raum	<i>auch anspruchsvollere Modellierungsaufgaben gestellt werden, die über die Kompetenzerwartungen des KLP hinausgehen.</i>
---	---

Thema: *Abstände und Winkel (Q-LK-G5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Ebenen in Koordinatenform [...] dar
- stellen Ebenen in Normalenform dar und nutzen diese zur Orientierung im Raum
- bestimmen Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen
- untersuchen mit Hilfe des Skalarprodukts geometrische Objekte und Situationen im Raum (Orthogonalität, Winkel- und Längenberechnung)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (Ober-/Unterbegriff) (*Begründen*)
- nutzen mathematische Regeln bzw. Sätze und sachlogische Argumente für Begründungen (*Begründen*)
- überprüfen, inwiefern Ergebnisse, Begriffe und Regeln verallgemeinert werden können (*Beurteilen*)

Kommunizieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erläutern mathematische Begriffe in theoretischen und in Sachzusammenhängen (*Rezipieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Die unterschiedlichen Darstellungsformen der Ebenengleichung und ihre jeweilige geometrische Deutung (Parameterform, Koordinatenform, Normalenform) werden gegenübergestellt, verglichen und in Beziehung gesetzt. Dabei intensiviert der kommunikative Austausch die fachlichen Aneignungsprozesse. Zur Veranschaulichung der Lage von Ebenen wird eine räumliche Geometriesoftware verwendet.

Ein Wechsel zwischen Koordinatenform und Parameterform der Ebene ist über die drei Achsenabschnitte möglich. Alternativ wird ein Normalenvektor mit Hilfe eines Gleichungssystems bestimmt.

Über den Kernlehrplan hinausgehend wird auch das Vektorprodukt zur Bestimmung des Normalenvektors und zur Berechnung des Flächeninhalts von Dreiecken im $\mathbb{R}^3$ eingeführt.

Tetraeder, Pyramiden, Würfel, Prismen und Oktaeder bieten vielfältige Anlässe für offen angelegte geometrische Untersuchungen und können auf reale Objekte bezogen werden. Wo möglich, werden auch elementargeometrische Lösungswege als Alternative aufgezeigt. Die Bestimmung von Längen und Winkeln setzt das Thema Q-LK-G3 direkt fort. Winkel zwischen einer Geraden und einer Ebene erlauben Rückschlüsse auf ihre Lagebeziehung.

Abstände von Punkten zu Geraden und zu Ebenen ermöglichen es z. B., Flächeninhalte, Höhen und Volumina von Pyramiden zu bestimmen. Abgesehen von der Abstandsberechnung zwischen Geraden müssen weitere

• formulieren eigene Überlegungen und beschreiben eigene Lösungswege (<i>Produzieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. [...] Darstellungswechsel, Zerlegen und Ergänzen, Symmetrien verwenden, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Fallunterscheidungen, Vorwärts- und Rückwärtsarbeiten, [...]) (<i>Lösen</i>) • wählen geeignete Begriffe, Zusammenhänge und Verfahren zur Problemlösung aus (<i>Lösen</i>) • beurteilen und optimieren Lösungswege mit Blick auf Richtigkeit und Effizienz (<i>Reflektieren</i>) Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • nutzen das eingeführte CAS • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Darstellen von Objekten im Raum	Formen der Abstandsberechnungen nicht systematisch abgearbeitet werden, sie können bei Bedarf im Rahmen von Problemlöseprozessen in konkrete Aufgaben integriert werden. In diesem Unterrichtsvorhaben wird im Sinne einer wissenschaftspropädeutischen Grundbildung besonderer Wert gelegt auf eigenständige Lernprozesse bei der Aneignung eines begrenzten Stoffgebietes sowie bei der Lösung von problemorientierten Aufgaben. Alle eingeführten Verfahren sollen sowohl hilfsmittelfrei als auch mit dem CAS trainiert werden.
--	--

8.7 Qualifikationsphase Leistungskurs Analysis (A)

Thema: <i>Eigenschaften von Funktionen (Q-LK-A1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • führen Extremalprobleme durch Kombination mit Nebenbedingungen auf Funktionen einer Variablen zurück und lösen diese • verwenden notwendige Kriterien und Vorzeichenwechselkriterien sowie weitere hinreichende Kriterien zur Bestimmung von Extrem- und Wendepunkten • interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext und untersuchen ihren Einfluss auf Eigenschaften von Funktionenscharen • bestimmen Parameter einer Funktion mithilfe von Bedingungen, die sich aus dem Kontext ergeben („Steckbriefaufgaben“) • beschreiben das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mit Hilfe der 2. Ableitung • wenden Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme an • wenden ein Lösungsverfahren ohne digitale Werkzeuge bei Gleichungssystemen mit maximal drei Unbekannten an, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind Prozessbezogene Kompetenzen:	Anknüpfend an die Einführungsphase (vgl. Thema E-A1) werden die wesentlichen Aspekte der dort besprochenen Differentialrechnung wiederholt. Die Beschreibung von Links- und Rechtskurven über die Zu- und Abnahme der Steigung führt zu einer geometrischen Deutung der zweiten Ableitung einer Funktion als „Krümmung“ des Graphen und zur Betrachtung von Wendepunkten. In diesem Zusammenhang kann die simultane Betrachtung beider Ableitungen zudem zur Entdeckung eines weiteren hinreichenden Kriteriums für Extrempunkte führen. Anhand einer Funktion mit Sattelpunkt wird die Grenze dieses hinreichenden Kriteriums entdeckt. Vor- und Nachteile der beiden hinreichenden Kriterien werden abschließend von den Lernenden kritisch bewertet. An mindestens einem Problem entdecken die Schülerinnen und Schüler die Notwendigkeit, Randextrema zu betrachten. Stellen extremer Steigung eines Funktionsgraphen werden im Rahmen geeigneter Kontexte (z. B. angelehnt an Anwendungszusammenhängen aus vorherigen Abituraufgaben) thematisiert und dabei der zweiten Ableitung eine anschauliche Bedeutung als Zu- und Abnahmerate der Änderungsrate der Funktion verliehen. Die Bestimmung der extremalen Steigung erfolgt zunächst über das Vorzeichenwechselkriterium (an den Nullstellen der zweiten Ableitung).

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- finden und stellen Fragen zu einer gegebenen Problemsituation (*Erkunden*)
- wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle ...) aus, um die Situation zu erfassen (*Erkunden*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern ...) (*Lösen*)
- setzen ausgewählte Routineverfahren auch hilfsmittelfrei zur Lösung ein (*Lösen*)
- berücksichtigen einschränkende Bedingungen (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- vergleichen verschiedene Lösungswege bezüglich Unterschieden und Gemeinsamkeiten (*Reflektieren*)
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)

Das Aufstellen der Funktionsgleichungen fördert Problemlösestrategien. An Problemen, die auf quadratische Zielfunktionen führen, sollten auch unterschiedliche Lösungswege aufgezeigt und verglichen werden. Hier bietet es sich außerdem an, Lösungsverfahren auch ohne digitale Hilfsmittel einzuüben.

Über freie Parameter (aus unterbestimmten Gleichungssystemen) werden Lösungsscharen erzeugt und deren Elemente hinsichtlich ihrer Eignung für das Modellierungsproblem untersucht und beurteilt. An innermathematischen „Steckbriefen“ werden Fragen der Eindeutigkeit der Modellierung und der Einfluss von Parametern auf den Funktionsgraphen untersucht.

- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... Lösen von Gleichungen und Gleichungssystemen
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden [...], Berechnen und Darstellen

Thema: Untersuchung zusammengesetzter Funktionen (Produkt- und Kettenregel) (Q-LK-A2)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
- Potenzfunktionen mit ganzzahligen Exponenten
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel an
- wenden die Produktregel an

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

In dieser Unterrichtsreihe geht es in erster Linie um das Verständnis und die Einübung der Produkt- und Kettenregel zum Ableiten zusammengesetzter Funktionen. Die Kettenregel wird eingeführt, um auch (hilfsmittel-frei) Ableitungen für die entsprechenden Funktionsterme bilden zu können.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert.

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) • beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (<i>Validieren</i>) • reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (<i>Validieren</i>) | |
|--|--|

Thema: *Das Integral – ein Schlüsselkonzept (Q-LK-A3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- interpretieren Produktsummen im Kontext als Rekonstruktion des Gesamtbestandes oder Gesamteffektes einer Größe
- deuten die Inhalte von orientierten Flächen im Kontext
- skizzieren zu einer gegebenen Randfunktion die zugehörige Flächeninhaltsfunktion
- erläutern und vollziehen an geeigneten Beispielen den Übergang von der Produktsumme zum Integral auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs
- erläutern den Zusammenhang zwischen Änderungsrate und Integralfunktion (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung)
- nutzen die Intervalladditivität und Linearität von Integralen
- begründen den Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung unter Verwendung eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs
- bestimmen Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- bestimmen Flächeninhalte mit Hilfe von bestimmten Integralen
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion
- bestimmen Flächeninhalte und Volumina von Körpern, die durch die Rotation um die Abszisse entstehen, mit Hilfe von bestimmten und uneigentlichen Integralen

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Das Thema ist komplementär zur Einführung der Änderungsraten. Deshalb sollten hier Kontexte, die schon dort genutzt wurden, wieder aufgegriffen werden (Geschwindigkeit – Weg, Zuflussrate von Wasser – Wassermenge). *Der Einstieg kann über ein Stationenlernen oder eine arbeitsteilige Gruppenarbeit erfolgen, in der sich die Schülerinnen und Schüler selbstständig eine Breite an Kontexten, in denen von einer Änderungsrate auf den Bestand geschlossen wird, erarbeiten.*

Außer der Schachtelung durch Ober- und Untersummen sollen die Schülerinnen und Schüler eigenständig weitere unterschiedliche Strategien zur möglichst genauen näherungsweisen Berechnung des Bestands entwickeln und vergleichen. Die entstehenden Produktsummen werden als Bilanz über orientierte Flächeninhalte interpretiert. Qualitativ können die Schülerinnen und Schüler so den Graphen einer Flächeninhaltsfunktion als „Bilanzgraphen“ zu einem vorgegebenen Randfunktionsgraphen skizzieren. Schülerinnen und Schüler sollen hier (wieder-)entdecken, dass die Bestandsfunktion eine Stammfunktion der Änderungsrate ist. Die Graphen der Änderungsrate und der Bestandsfunktion können die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und eines Funktionsplotters gewinnen, vergleichen und Beziehungen zwischen diesen herstellen.

Um diesen Zusammenhang zu begründen, wird der absolute Zuwachs $J_a(x+h) - J_a(x)$ geometrisch durch Rechtecke nach oben und unten abgeschätzt. Der Übergang zur relativen Änderung mit anschließendem

Prozessbezogene Kompetenzen:

Argumentieren

Die Schülerinnen und Schüler

- stellen Vermutungen auf (*Vermuten*)
- unterstützen Vermutungen beispielgebunden (*Vermuten*)
- präzisieren Vermutungen mithilfe von Fachbegriffen und unter Berücksichtigung der logischen Struktur (*Vermuten*)
- stellen Zusammenhänge zwischen Begriffen her (*Begründen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Messen von Flächeninhalten zwischen Funktionsgraph und Abszisse
 - ... Ermitteln des Wertes eines bestimmten Integrals

Grenzübergang führt dazu, die Stetigkeit von Funktionen zu thematisieren, und motiviert, die Voraussetzungen zu präzisieren und den Hauptsatz formal exakt zu notieren.

Die Regeln zur Bildung von Stammfunktionen werden von den Schülerinnen und Schülern durch Rückwärtsanwenden der bekannten Ableitungsregeln selbstständig erarbeitet. In den Anwendungen steht mit dem Hauptsatz neben dem numerischen Verfahren ein alternativer Lösungsweg zur Berechnung von Gesamtbeständen zur Verfügung.

Davon abgegrenzt wird die Berechnung von Flächeninhalten, bei der auch Intervalladditivität und Linearität (bei der Berechnung von Flächen zwischen Kurven) thematisiert werden. Bei der Berechnung der Flächeninhalte zwischen Graphen werden die Schnittstellen in der Regel numerisch mit dem GTR bestimmt.

Bei der Berechnung der Volumina wird stark auf Analogien zur Flächenberechnung verwiesen. Mit der Mittelwertberechnung kann bei entsprechend zur Verfügung stehender Zeit (über den Kernlehrplan hinausgehend) noch eine weitere wichtige Grundvorstellung des Integrals erarbeitet werden.

Komplexere Übungsaufgaben sollten am Ende des Unterrichtsvorhabens bearbeitet werden, um Vernetzungen mit den Kompetenzen der bisherigen Unterrichtsvorhaben (Funktionsuntersuchungen, Aufstellen von Funktionen aus Bedingungen) herzustellen.

Thema: Exponentialfunktionen (Q-LK-A4)

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben die Eigenschaften von Exponentialfunktionen und die besondere Eigenschaft der natürlichen Exponentialfunktion
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Anwendungszusammenhang
- untersuchen Wachstums- und Zerfallsvorgänge mithilfe funktionaler Ansätze
- interpretieren Parameter von Funktionen im Kontext
- bilden in einfachen Fällen zusammengesetzte Funktionen (Summe, Produkt, Verkettung)
- wenden die Kettenregel auf Verknüpfungen der natürlichen Exponentialfunktion mit linearen Funktionen an
- wenden die Produktregel auf Verknüpfungen von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen an
- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Es werden die Eigenschaften einer allgemeinen Exponentialfunktion zusammengestellt. Der GTR unterstützt dabei die Klärung der Bedeutung der verschiedenen Parameter und die Veränderungen durch Transformationen. Abschließend wird noch die Basis variiert. Dabei ergibt sich quasi automatisch die Frage, für welche Basis Funktion und Ableitungsfunktion übereinstimmen.

An Beispielen von Prozessen, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen erarbeitet. In diesem Zusammenhang wird die Produktregel zum Ableiten wiederholt.

In diesen Kontexten ergeben sich Fragen, die erfordern, dass aus der Wachstumsgeschwindigkeit auf den Gesamteffekt geschlossen wird.

Parameter werden nur in konkreten Kontexten und nur exemplarisch variiert (keine systematische Untersuchung von Funktionenscharen). Dabei werden z. B. zahlenmäßige Änderungen des Funktionsterms bezüglich ihrer Auswirkung untersucht und im Hinblick auf den Kontext interpretiert

Prozessbezogene Kompetenzen:

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*).
- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- Verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer
Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen [...] digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Be-
rechnen und Darstellen

Thema: *Zusammengesetzte Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktionen (Q-LK-A5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- bestimmen Integrale mithilfe von gegebenen Stammfunktionen und numerisch, auch unter Verwendung digitaler Werkzeuge
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Umkehrfunktion der natürlichen Exponentialfunktion
- bilden die Ableitungen weiterer Funktionen:
 - natürliche Exponentialfunktion
 - Exponentialfunktionen mit beliebiger Basis
 - natürliche Logarithmusfunktion
- nutzen die natürliche Logarithmusfunktion als Stammfunktion der Funktion: $x \rightarrow 1/x$.
- verwenden Exponentialfunktionen zur Beschreibung von Wachstums- und Zerfallsvorgängen und vergleichen die Qualität der Modellierung exemplarisch mit einem begrenzten Wachstum
- bestimmen Integrale [...] mithilfe von gegebenen oder Nachschlagewerken entnommenen Stammfunktionen
- ermitteln den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe aus der Änderungsrate oder der Randfunktion

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Anhand der im Unterrichtsvorhaben Q-LK-A4 besprochenen Prozesse, bei denen das Wachstum erst zu- und dann wieder abnimmt (Medikamente, Fieber, Pflanzen), wird eine Modellierung durch Produkte von ganzrationalen Funktionen und Exponentialfunktionen einschließlich deren Verhalten für betragsgroße Argumente erarbeitet. Weitere Kontexte bieten Anlass zu komplexen Modellierungen mit Funktionen anderer Funktionsklassen, insbesondere unter Berücksichtigung von Parametern, für die Einschränkungen des Definitionsbereiches oder Fallunterscheidungen vorgenommen werden müssen.

Umkehrprobleme im Zusammenhang mit der natürlichen Exponentialfunktion werden genutzt, um den natürlichen Logarithmus zu definieren und damit auch alle Exponentialfunktionen auf die Basis e zurückzuführen. Mit Hilfe der schon bekannten Kettenregel können dann auch allgemeine Exponentialfunktionen abgeleitet werden.

Eine Vermutung zur Ableitung der natürlichen Logarithmusfunktion wird graphisch geometrisch mit einem DGS als Ortskurve gewonnen und anschließend mit der Kettenregel bewiesen.

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- ordnen einem mathematischen Modell verschiedene passende Sachsituationen zu (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- verbessern aufgestellte Modelle mit Blick auf die Fragestellung (*Validieren*)
- erkennen und formulieren einfache und komplexe mathematische Probleme (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. systematisches Probieren, Darstellungswechsel, Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme) (*Lösen*)
- führen einen Lösungsplan zielgerichtet aus (*Lösen*)
- variieren Fragestellungen auf dem Hintergrund einer Lösung (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
... zielgerichteten Variieren der Parameter von Funktionen
... grafischen Messen von Steigungen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer
Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge und wählen diese gezielt aus
- nutzen mathematische Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkun-
den und Recherchieren, Berechnen und Darstellen

8.8 Qualifikationsphase Leistungskurs Stochastik (S)

Thema: <i>Den Zufall im Griff – Modellierung von Zufallsprozessen und Umgang mit bedingten Wahrscheinlichkeiten (Q-S1)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • deuten Alltagssituationen als Zufallsexperimente • simulieren Zufallsexperimente • verwenden Urnenmodelle zur Beschreibung von Zufallsprozessen • stellen Wahrscheinlichkeitsverteilungen auf und führen Erwartungswertbetrachtungen durch • beschreiben mehrstufige Zufallsexperimente und ermitteln Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Pfadregeln modellieren Sachverhalte mit Hilfe von Baumdiagrammen und Vier-oder Mehrfeldertafeln • bestimmen bedingte Wahrscheinlichkeiten • prüfen Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit • bearbeiten Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten. Prozessbezogene Kompetenzen (Schwerpunkte): Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>)	Beim Einstieg ist eine Beschränkung auf Beispiele aus dem Bereich Glücksspiele zu vermeiden. Zur Modellierung von Wirklichkeit werden durchgängig Simulationen – auch unter Verwendung von digitalen Werkzeugen (CAS, Tabellenkalkulation) – geplant und durchgeführt (Zufallsgenerator). Das Urnenmodell wird auch verwendet, um grundlegende Zählprinzipien wie das Ziehen mit/ohne Zurücklegen mit/ohne Berücksichtigung der Reihenfolge zu thematisieren. <i>Die zentralen Begriffe Wahrscheinlichkeitsverteilung und Erwartungswert werden im Kontext von Glücksspielen erarbeitet und können durch zunehmende Komplexität der Spielsituationen vertieft werden.</i> Digitale Werkzeuge werden zur Visualisierung von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Histogramme) und zur Entlastung von händischem Rechnen verwendet. Um die Übertragbarkeit des Verfahrens der bedingten Wahrscheinlichkeit zu sichern, sollen verschiedene Beispiele aus unterschiedlichen Kontexten betrachtet werden.

• übersetzen zunehmend komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (<i>Mathematisieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) erfassen und strukturieren zunehmend komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (<i>Strukturieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>) Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • erfassen, strukturieren und formalisieren Informationen aus zunehmend komplexen mathematikhaltigen Texten [...] (<i>Rezipieren</i>) • wechseln flexibel zwischen mathematischen Darstellungsformen (<i>Produzieren</i>) Werkzeuge nutzen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum ... Generieren von Zufallszahlen ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Erstellen der Histogramme von Wahrscheinlichkeitsverteilungen ... Berechnen der Kennzahlen von Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Erwartungswert)	Die Schülerinnen und Schüler sollen zwischen verschiedenen Darstellungsformen (Baumdiagramm, Mehrfeldertafel) wechseln können und diese zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten beim Vertauschen von Merkmal und Bedingung und zum Rückschluss auf unbekannte Astwahrscheinlichkeiten nutzen können. Bei der Erfassung stochastischer Zusammenhänge ist die Unterscheidung von Wahrscheinlichkeiten des Typs $P(A \cap B)$ von bedingten Wahrscheinlichkeiten – auch sprachlich – von besonderer Bedeutung.
---	--

Thema: *Von stochastischen Modellen, Zufallsgrößen, Wahrscheinlichkeitsverteilungen und ihren Kenngrößen*
(Q-LK-S2)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • untersuchen Lage- und Streumaße von Stichproben • erläutern den Begriff der Zufallsgröße an geeigneten Beispielen • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (<i>Strukturieren</i>) • erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (<i>Mathematisieren</i>) • beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (<i>Validieren</i>)	Anhand verschiedener Glücksspiele wird zunächst der Begriff der Zufallsgröße und der zugehörigen Wahrscheinlichkeitsverteilung (als Zuordnung von Wahrscheinlichkeiten zu den möglichen Werten, die die Zufallsgröße annimmt) zur Beschreibung von Zufallsexperimenten eingeführt. Analog zur Betrachtung des Mittelwertes bei empirischen Häufigkeitsverteilungen wird der Erwartungswert einer Zufallsgröße definiert. Das Grundverständnis von Streumaßen wird durch Rückgriff auf die Erfahrungen der Schülerinnen und Schüler mit Boxplots reaktiviert. Über eingängige Beispiele von Verteilungen mit gleichem Mittelwert, aber unterschiedlicher Streuung, wird die Definition der Standardabweichung als mittlere quadratische Abweichung im Zusammenhang mit Wahrscheinlichkeitsverteilungen motiviert; über gezielte Veränderungen der Verteilung wird ein Gefühl für die Auswirkung auf deren Kenngrößen entwickelt. Anschließend werden diese Größen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeitsverteilungen und zu einfachen Risikoabschätzungen genutzt.

Thema: *Treffer oder nicht? – Bernoulli-Experimente und Binomialverteilungen (Q-LK-S3)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden Bernoulliketten zur Beschreibung entsprechender Zufallsexperimente
- erklären die Binomialverteilung einschließlich der kombinatorischen Bedeutung der Binomialkoeffizienten und berechnen damit Wahrscheinlichkeiten
- nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- treffen Annahmen und nehmen begründet Vereinfachungen einer realen Situation vor (*Strukturieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beziehen die erarbeitete Lösung wieder auf die Sachsituation (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Der Schwerpunkt bei der Betrachtung von Binomialverteilungen soll auf der Modellierung stochastischer Situationen liegen. Dabei werden zunächst Bernoulliketten in realen Kontexten oder in Spielsituationen betrachtet.

Durch Vergleich mit dem „Ziehen ohne Zurücklegen“ wird geklärt, dass die Anwendung des Modells ‚Bernoullikette‘ eine bestimmte Realsituation voraussetzt, d. h. dass die Treffer von Stufe zu Stufe unabhängig voneinander mit konstanter Wahrscheinlichkeit erfolgen.

Die anschließende Vertiefung erfolgt in unterschiedlichen Sachkontexten, deren Bearbeitung auf vielfältigen Zeitungsartikeln basieren kann. Auch Beispiele der Modellumkehrung werden betrachtet („Von der Verteilung zur Realsituation“).

Hinweis: Der Einsatz von Geogebra zur Berechnung singulärer sowie kumulierter Wahrscheinlichkeiten ermöglicht den Verzicht auf stochastische Tabellen und eröffnet aus der numerischen Perspektive den Einsatz von Aufgaben in realitätsnahen Kontexten.

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Geogebra [...]
- verwenden Geogebra zum
 - ... Generieren von Zufallszahlen
 - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen
 - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen

Thema: Untersuchung charakteristischer Größen von Binomialverteilungen (Q-LK-S4)

Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • beschreiben den Einfluss der Parameter n und p auf Binomialverteilungen und ihre graphische Darstellung • bestimmen den Erwartungswert μ und die Standardabweichung σ von (binomialverteilten) Zufallsgrößen und treffen damit prognostische Aussagen • nutzen die σ-Regeln für prognostische Aussagen • nutzen Binomialverteilungen und ihre Kenngrößen zur Lösung von Problemstellungen Prozessbezogene Kompetenzen: Problemlösen <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • analysieren und strukturieren die Problemsituation (<i>Erkunden</i>) • wählen heuristische Hilfsmittel (z. B. Skizze, informative Figur, Tabelle, experimentelle Verfahren) aus, um die Situation zu erfassen (<i>Erkunden</i>) • erkennen Muster und Beziehungen (<i>Erkunden</i>) • entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (<i>Lösen</i>) • nutzen heuristische Strategien und Prinzipien (z. B. Invarianten finden, Zurückführen auf Bekanntes, Zerlegen in Teilprobleme, Verallgemeinern) (<i>Lösen</i>)	Eine Visualisierung der Verteilung sowie des Einflusses von Stichprobenumfang n und Trefferwahrscheinlichkeit p erfolgt durch die graphische Darstellung der Verteilung als Histogramm unter Nutzung von Geogebra. Während sich die Berechnung des Erwartungswertes erschließt, kann die Formel für die Standardabweichung induktiv entdeckt werden: In einer Tabellenkalkulation wird bei festem n und p für jedes k die quadratische Abweichung vom Erwartungswert mit der zugehörigen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Die Varianz als Summe dieser Werte wird zusammen mit dem Erwartungswert in einer weiteren Tabelle notiert. Durch systematisches Variieren von n und p entdecken die Lernenden die funktionale Abhängigkeit der Varianz von diesen Parametern und die Formel $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1 - p)}$. Das Konzept der σ-Umgebungen wird durch experimentelle Daten abgeleitet. Es wird benutzt, um Prognoseintervalle anzugeben, den notwendigen Stichprobenumfang für eine vorgegebene Genauigkeit zu bestimmen und um das $\frac{1}{\sqrt{n}}$-Gesetz der großen Zahlen zu präzisieren.

- interpretieren Ergebnisse auf dem Hintergrund der Fragestellung (*Reflektieren*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Geogebra [...]
- verwenden Geogebra zum
 - ... Variieren der Parameter von Binomialverteilungen
 - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
 - ... Berechnen der Kennzahlen von Binomialverteilungen (Erwartungswert, Standardabweichung)
 - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei binomialverteilten Zufallsgrößen

Thema: *Ist die Glocke normal? (Q-LK-S5)*

Zu entwickelnde Kompetenzen

Inhaltsbezogene Kompetenzen:

Die Schülerinnen und Schüler

- unterscheiden diskrete und stetige Zufallsgrößen und deuten die Verteilungsfunktion als Integralfunktion
- untersuchen stochastische Situationen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen
- beschreiben den Einfluss der Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die graphische Darstellung ihrer Dichtefunktion (Gaußsche Glockenkurve)

Prozessbezogene Kompetenzen:

Modellieren

Die Schülerinnen und Schüler

- erfassen und strukturieren [...] komplexe Sachsituationen mit Blick auf eine konkrete Fragestellung (*Strukturieren*)
- übersetzen [...] komplexe Sachsituationen in mathematische Modelle (*Mathematisieren*)
- erarbeiten mithilfe mathematischer Kenntnisse und Fertigkeiten eine Lösung innerhalb des mathematischen Modells (*Mathematisieren*)
- beurteilen die Angemessenheit aufgestellter (ggf. konkurrierender) Modelle für die Fragestellung (*Validieren*)
- reflektieren die Abhängigkeit einer Lösung von den getroffenen Annahmen (*Validieren*)

Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen

Normalverteilungen sind in der Stochastik bedeutsam, weil sich die Summenverteilung von genügend vielen unabhängigen Zufallsvariablen häufig durch eine Normalverteilung approximieren lässt. Dementsprechend beschließt die Fachkonferenz den Einstieg in dieses Unterrichtsvorhaben über die Untersuchung von Summenverteilungen.

Mit einer Tabellenkalkulation werden die Augensummen von zwei, drei, vier... Würfeln simuliert, wobei in der grafischen Darstellung die Glockenform zunehmend deutlicher wird.

Ergänzung für leistungsfähige Kurse: Gut geeignet ist auch die Simulation von Stichprobenmittelwerten aus einer (gleichverteilten) Grundgesamtheit.

Ergebnisse von Schulleistungstests oder Intelligenztests werden erst vergleichbar, wenn man sie hinsichtlich Mittelwert und Streuung normiert, was ein Anlass dafür ist, mit den Parametern μ und σ zu experimentieren. Auch Untersuchungen zu Mess- und Schätzfehlern bieten einen anschaulichen, ggf. handlungsorientierten Zugang.

Da bei Geogebra die Normalverteilung einprogrammiert ist, spielt die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung (Satz von de Moivre-Laplace) für die Anwendungsbeispiele im Unterricht eine untergeordnete Rolle. Dennoch sollte bei genügender Zeit deren Herleitung als Vertiefung der Integralrechnung im Leistungskurs thematisiert werden, da der Übergang von der diskreten zur stetigen Verteilung in

Problemlösen

Die Schülerinnen und Schüler

- erkennen Muster und Beziehungen (*Erkunden*)
- entwickeln Ideen für mögliche Lösungswege (*Lösen*)
- wählen Werkzeuge aus, die den Lösungsweg unterstützen (*Lösen*)

Werkzeuge nutzen

Die Schülerinnen und Schüler

- verwenden verschiedene digitale Werkzeuge zum
 - ... Generieren von Zufallszahlen
 - ... Variieren der Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen
 - ... Erstellen der Histogramme von Binomialverteilungen
 - ... Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei normalverteilten Zufallsgrößen
- nutzen digitale Hilfsmittel und digitale Werkzeuge zum Erkunden und Recherchieren, Berechnen und Darstellen
- entscheiden situationsangemessen über den Einsatz mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge, wählen sie gezielt aus und nutzen sie zum Erkunden ..., Berechnen und Darstellen
- reflektieren und begründen die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Hilfsmittel und digitaler Werkzeuge

Analogie zur Approximation von Flächen durch Produktsummen nachvollzogen werden kann (vgl. Q-LK-A3). Die Visualisierung erfolgt mithilfe von Geogebra.

Theoretisch ist von Interesse, dass es sich bei der Gaußschen Glockenkurve um den Graphen einer Randfunktion handelt, zu deren Stammfunktion (Gaußsche Integralfunktion) kein Term angegeben werden kann.

Thema: <i>Prognose- und Konfidenzintervalle (Q-LK-S5)</i>	
Zu entwickelnde Kompetenzen	Vorhabenbezogene Absprachen und Empfehlungen
Inhaltsbezogene Kompetenzen: <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • • Prozessbezogene Kompetenzen: Modellieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> • Kommunizieren <i>Die Schülerinnen und Schüler</i> •	

9 Grundsätze der fachmethodischen und fachdidaktischen Arbeit

In Absprache mit der Lehrerkonferenz sowie unter Berücksichtigung des Schulprogramms hat die Fachkonferenz Mathematik die folgenden fachmethodischen und fachdidaktischen Grundsätze beschlossen. In diesem Zusammenhang beziehen sich die Grundsätze 1 bis 15 auf fächerübergreifende Aspekte, die auch Gegenstand der Qualitätsanalyse sind, die Grundsätze 16 bis 26 sind fachspezifisch angelegt.

Überfachliche Grundsätze:

- 1) Geeignete Problemstellungen zeichnen die Ziele des Unterrichts vor und bestimmen die Struktur der Lernprozesse.
- 2) Inhalt und Anforderungsniveau des Unterrichts entsprechen dem Leistungsvermögen der Schüler/innen.
- 3) Die Unterrichtsgestaltung ist auf die Ziele und Inhalte abgestimmt.
- 4) Medien und Arbeitsmittel sind schülernah gewählt.
- 5) Die Schüler/innen erreichen einen Lernzuwachs.
- 6) Der Unterricht fördert eine aktive Teilnahme der Schüler/innen.
- 7) Der Unterricht fördert die Zusammenarbeit zwischen den Schülern/innen und bietet ihnen Möglichkeiten zu eigenen Lösungen.
- 8) Der Unterricht berücksichtigt die individuellen Lernwege der einzelnen Schüler/innen.
- 9) Die Schüler/innen erhalten Gelegenheit zu selbstständiger Arbeit und werden dabei unterstützt.
- 10) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Partner- bzw. Gruppenarbeit.
- 11) Der Unterricht fördert strukturierte und funktionale Arbeit im Plenum.
- 12) Die Lernumgebung ist vorbereitet; der Ordnungsrahmen wird eingehalten.
- 13) Die Lehr- und Lernzeit wird intensiv für Unterrichtszwecke genutzt.
- 14) Es herrscht ein positives pädagogisches Klima im Unterricht.
- 15) Wertschätzende Rückmeldungen prägen die Bewertungskultur und den Umgang mit Schülerinnen und Schülern.

Die Fachschaft Mathematik der AKS verpflichtet sich zu einem offenen und respektvollen Miteinander, das von Toleranz, Empathie und einem klaren Bekenntnis gegen jede Form von Rassismus und Diskriminierung geprägt ist. Wir verstehen Vielfalt als eine Bereicherung für unsere Schulgemeinschaft und unsere Gesellschaft. In unserem Unterricht vermitteln wir grundlegende demokratische Werte, fördern kritisches Denken und ermutigen unsere Schülerinnen und Schüler, sich aktiv für eine offene und gerechte Gesellschaft ohne Rassismus und Diskriminierung einzusetzen. Diese Werte vermitteln wir alltäglich in unserem Unterricht.

Fachliche Grundsätze:

- 16) Im Unterricht werden fehlerhafte Schülerbeiträge produktiv im Sinne einer Förderung des Lernfortschritts der gesamten Lerngruppe aufgenommen.
- 17) Der Unterricht ermutigt die Lernenden dazu, auch fachlich unvollständige Gedanken zu

äußern und zur Diskussion zu stellen.

- 18) Die Bereitschaft zu problemlösenden Arbeiten wird durch Ermutigungen und Tipps gefördert und unterstützt.
- 19) Die Einstiege in neue Themen erfolgen grundsätzlich mithilfe sinnstiftender Kontexte, die an das Vorwissen der Lernenden anknüpfen und deren Bearbeitung sie in die dahinter stehende Mathematik führt.
- 20) Es wird genügend Zeit eingeplant, in der sich die Lernenden neues Wissen aktiv konstruieren und in der sie angemessene Grundvorstellungen zu neuen Begriffen entwickeln können.
- 21) Durch regelmäßiges wiederholendes Üben werden grundlegende Fertigkeiten „wachgehalten“.
- 22) Im Unterricht werden an geeigneter Stelle differenzierende Aufgaben eingesetzt.
- 23) Die Lernenden werden zu regelmäßiger, sorgfältiger und vollständiger Dokumentation der von ihnen bearbeiteten Aufgaben angehalten.
- 24) Im Unterricht wird auf einen angemessenen Umgang mit fachsprachlichen Elementen geachtet.
- 25) Digitale Medien werden regelmäßig dort eingesetzt, wo sie dem Lernfortschritt dienen.

10 Grundsätze der Leistungsbewertung und Leistungsrückmeldung

10.1 Allgemeine Kriterien

Bei der Leistungsbeurteilung der Schülerinnen und Schüler sind die erbrachten Leistungen in den Bereichen „Schriftliche Arbeiten“ und „Sonstige Leistungen im Unterricht“ angemessen zu berücksichtigen. Dabei bezieht sich die Leistungsbewertung insgesamt auf die im Zusammenhang mit dem Unterricht erworbenen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten. Im Kernlehrplan Mathematik (G8) werden die folgenden prozess- und inhaltsbezogenen Kompetenzen ausgewiesen:

Prozessbezogene Kompetenzen

- Argumentieren und Kommunizieren
- Problemlösen
- Modellieren
- Werkzeuge

Inhaltsbezogene Kompetenzen

- Arithmetik/Algebra
- Funktionen
- Geometrie
- Stochastik

Grundsätzlich sind alle Bereiche bei der Leistungsbewertung angemessen zu berücksichtigen. Dabei kommt den prozessbezogenen Kompetenzen der gleiche Stellenwert zu wie den leistungsbezogenen Kompetenzen.

10.2 Schriftliche Leistungen

Aufgabenstellung

Klassenarbeiten und Klausuren sollen den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit geben, die im Unterricht erworbenen Sachkenntnisse und Fähigkeiten nachzuweisen. Die Aufgaben unterteilen sich in Anforderungsbereich I (Reproduktion), Anforderungsbereich II (Reorganisation, Herstellen von Zusammenhängen) und Anforderungsbereich III (Verallgemeinern, Reflektieren und Bewerten). Dabei stammt der überwiegende Teil der Aufgaben aus dem mittleren Anforderungsbereich. Es sind auch Aufgaben einzubeziehen, bei denen nicht von vornherein eine eindeutige Lösung feststeht, sondern Schülerinnen und Schüler individuelle Lösungs- und Gestaltungsideen einbringen können.

In der Oberstufe bestehen die Klausuren aus zwei Teilen – einem hilfsmittelfreien Teil und einem Klausurteil, der mit Hilfe des wissenschaftlichen Taschenrechners und der ländergemeinsamen mathematisch-naturwissenschaftlichen Formelsammlung gelöst werden darf.

Kriterien zur Korrektur

Bei der Korrektur werden auch für Teillösungen und Lösungsansätze Punkte vergeben. Folgefehler in einem Lösungsweg führen nur einmal zu einem Punktabzug. Bemerkt eine Schülerin oder ein Schüler, dass der eigene Lösungsweg einen Fehler enthält und kommentiert dies entsprechend, wird dies bei der Bewertung positiv berücksichtigt. Die Art der Darstellung, angemessene Verwendung der Fachsprache sowie formal-mathematische Richtigkeit werden bei der Gesamtwertung berücksichtigt.

10.3 Benotung

Klasse 5 bis 10

Note	Sehr gut (1)	Gut (2)	Befriedigend (3)	Ausreichend (4)	Mangelhaft (5)	Ungenügend (6)
Ab ca.	90%	75%	60%	45%	20%	0%

Zusätzlich können Notentendenzen (plus/minus) angegeben werden.

Jahrgang 11 (Einführungsphase)

Note	Sehr gut (1)	Gut (2)	Befriedigend (3)	Ausreichend (4)	Mangelhaft (5)	Ungenügend (6)
Ab ca.	85%	70%	55%	40%	20%	0%

Auch hier können zusätzlich Notentendenzen (plus/minus) angegeben werden.

Jahrgang 12 und 13 (Qualifikationsphase Q1, Q2)

Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Bezug zur Sechskerskala	1+	1	1-	2+	2	2-	3+	3	3-	4+	4	4-	5+	5	5-	6
Ab ca.	95%	90%	85%	80%	75%	70%	65%	60%	55%	50%	45%	40%	33%	27%	20%	0%

Anzahl und Länge der Klassenarbeiten

Klasse	Anzahl der Arbeiten pro Schuljahr	Dauer in Unterrichtsstunden
5	6	bis zu 1
6	6	bis zu 1
7	6	1
8	5 (+ LSE)	1-2
9	4-5	1-2
10	3 + Zentrale Prüfung 10	2

Stufe	Anzahl der Klausuren pro Schuljahr	Dauer in Min.
EF	4 (4. Klausur: Zentrale Prüfung)	90 (100)
Q1	4	GK: 100 LK: 160
Q2	4	GK Q2.1: 160 GK Q2.2: n. akt. Abiturbedingung LK Q2.1: 225 LK Q2.2: n. akt. Abiturbedingung

10.4 Sonstige Mitarbeit

Alle Leistungen, die eine Schülerin oder ein Schüler im Zusammenhang mit dem Unterricht außerhalb von Klassenarbeiten oder Klausuren erbringt, fallen unter den Bereich der „Sonstigen Mitarbeit“. Bei der Bewertung ist sowohl die Qualität als auch die Quantität und Kontinuität der Unterrichtsbeiträge zu berücksichtigen.

Zur Bewertung der sonstigen Mitarbeit im Unterricht werden im Wesentlichen folgende Kriterien herangezogen:

- Beiträge zum Unterricht, z. B.
 - Anwendung fachspezifischer Methoden und Arbeitsweisen
 - Einbringen von Lösungsvorschlägen
 - Aufzeigen von Zusammenhängen und Widersprüchen
 - Finden von Beispielen oder Gegenbeispielen
 - angemessene Verwendung mathematischer Fachsprache
 - Erläuterung von Hausaufgaben
 - Präsentationen (z. B. Referate, Plakate)
 - kooperative Leistungen im Rahmen von Gruppenarbeit
- Wochenplanarbeit
- Projektarbeit
- sinnvoller Umgang mit technischen Hilfsmitteln (in der Oberstufe insbesondere mit dem CAS-Programm Geogebra)
- regelmäßiges Anfertigen von Hausaufgaben
- Unterrichtsdokumentation (z. B. Heftführung)
- kurze schriftliche Überprüfungen (Anteil: maximal 10 %)

Die Beiträge zum Unterricht gehen dabei mit einem Anteil von mindestens 50% in die Bewertung der sonstigen Mitarbeit ein.

Ergebnisse der Lernstandserhebungen

Die Lernstandserhebung wird nicht als Klassenarbeit gewertet, sondern die Ergebnisse der Lernstandserhebung werden ergänzend zu den Bereichen „Schriftliche Leistungen“ und „Sonstige Mitarbeit“ bei der Leistungsbewertung berücksichtigt. Steht eine Schülerin oder ein Schüler aufgrund der bisherigen Leistung zwischen zwei Noten, so wird das Ergebnis der Lernstandserhebung bei der Bildung der Zeugnisnote ergänzend berücksichtigt.

Wertungsverhältnis: Schriftl. Leistungen / Sonstige Mitarbeit

In allen Jahrgängen der Sekundarstufe I und II werden bei der Festsetzung der Zeugnisnote die Leistungen aus den Bereichen „Sonstige Mitarbeit“ und „Schriftliche Leistungen“ zu gleichen Teilen berücksichtigt.